$C(x) = (5x - 2)\mathrm{e}^{-0,2x} + 2.$

1.

On lit une production d'environ 5,4 tonnes pour un coût maximal.

2.

a.

$$\begin{aligned} C'(x) &= C_m(x) \\ &= 5\mathrm{e}^{-0,2x} - 0,2 \times (5x - 2)\mathrm{e}^{-0,2x} \\ &= \mathrm{e}^{-0,2x}(5 - x + 0,4) \\ &= (-x + 5,4)\mathrm{e}^{-0,2x}. \end{aligned}$$

b. Donc :

$-x + 5,4 < 0$ si $5,4 < x$ ou $x > 5,4$.

c. On sait que, quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^{-0,2x} > 0$, donc le signe de $C_m(x)$ est celui de $-x + 5,4$.
D'après la question précédente C est croissante sur $[0\,;\,5,4[$, puis décroissante sur $]5,4\,;\,10]$, avec un maximum en :

$$C(5,4) = (5 \times 5,4 - 2)\mathrm{e}^{-0,2\times 5,4} + 2 \approx 10,4899.$$

x	0		$5,4$		10
Signe de $C'(x)$		$+$	0	$-$	
$C(x)$		$\nearrow$	$\approx 10,49$	$\searrow$	

d. Le coût total mensuel maximal sur l'intervalle considéré est donc environ de 10 490 .