Question 1

Le produit est nul si l'un des facteurs est nul :

$$x - 1 = 0 \text{ si } x = 1,$$

$$x^2 + x + 1 = 0. \text{ On a } \Delta = 1 - 4 = -3 < 0,$$

ce trinôme n'a donc pas de racines.
L'équation a donc une seule solution : 1.

Question 2

Comme, quel que soit le réel x, $\mathrm{e}^x > 0$, on a $\mathrm{e}^x + 1 > 1 > 0$, $f(x)$ ne peut s'annuler que si :

$$7x - 23 = 0 \iff x = \frac{23}{7}.$$

Question 3

le cercle de centre $A(-4\,;\,2)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$ a pour équation :

$$\begin{aligned} & M(x\,;\,y) \in \mathcal{C}(A\,;\,R = \sqrt{2}) \\ \iff & AM^2 = (\sqrt{2})^2 \\ \iff & (x+4)^2 + (y-2)^2 = 2. \end{aligned}$$

Question 4

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul, soit si :

$$\begin{aligned} & \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ \iff & m(m+1) - 2 = 0 \\ \iff & m^2 + m - 2 = 0. \end{aligned}$$

Pour le trinôme, $\Delta = 1 + 8 = 9 = 3^2 > 0$, il a donc deux racines :

$$m_1 = \frac{-1+3}{2} = 1 \quad \text{et} \quad m_2 = \frac{-1-3}{2} = -2.$$

Réponse : **b.**

Question 5

Une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ passant par le point $A(-2\,;\,5)$ et admettant pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ est :

$$\begin{aligned}
&M(x\,;\,y)\in\mathcal{D}\\
\iff &\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0\\
\iff &-1(x-(-2))+3(y-5)=0\\
\iff &-x-2+3y-15=0\\
\iff &-x+3y-17=0\\
\iff &x-3y+17=0.
\end{aligned}$$