Question 1

Le coefficient directeur de la tangente en un point d'abscisse a est le nombre dérivé $f'(a)$. Donc, $f'(2) = -1$ est vraie.

Question 2

On sait que $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, soit :

$$\frac{1}{4} + \cos^2 x = 1,$$

d'où :

$$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Or, pour $x \in \left[\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{3\pi}{2}\right]$, on sait que $\cos x < 0$, donc :

$$\cos x = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Question 3

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{OB} = 3 \times 4 = 12$. Proposition **A** fausse.

$\sin \widehat{AOB} = \dfrac{AH}{OA} = \dfrac{4}{5}$. Proposition **B** fausse, proposition **D** juste.

$\cos \widehat{AOB} = \dfrac{OH}{OA} = \dfrac{3}{5}$. Proposition **C** fausse.

Question 4

Un vecteur directeur de la droite (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned}
& M(x\,;\,y) \in (d') \\
\iff & \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \\
\iff & -2(x-1) + 3(y-2) = 0 \\
\iff & -2x + 2 + 3y - 6 = 0 \\
\iff & -2x + 3y - 4 = 0,
\end{aligned}$$

ou encore $2x - 3y + 4 = 0$.

Question 5

Avec C centre du cercle on a $C(3\,;\,0)$.

D'autre part $AB^2 = 4^2 + (-4)^2 = 16 + 16 = 32$,

d'où $AB = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$, donc $R = 2\sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}
&M(x\,;\,y) \in (C)\\
\iff &CM^2 = R^2 = (2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8\\
\iff &(x-3)^2 + (y-0)^2 = 8\\
\iff &x^2 + 9 - 6x + y^2 = 8\\
\iff &x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0.
\end{aligned}$$