Question 1

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 2 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3.$

Question 2

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sin(a)\cos(a) + \cos(a)\sin(a) = 0.$

Question 3

On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\frac{19}{3}\\-8\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$.

Or :

$$\begin{aligned}\det(\vec{u}, \vec{v}) &= \frac{19}{3} \times 5 - (-4) \times (-5)\\ &= \frac{95}{3} - 20\\ &= \frac{35}{3} \neq 0,\end{aligned}$$

les vecteurs ne sont pas colinéaires, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -\frac{76}{3} - 40 < 0$, donc les vecteurs ne sont pas orthogonaux : les droites ne sont pas perpendiculaires.

Question 4

Une équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est :

$$y - f(1) = f'(1)(x-1).$$

Or, pour x non nul, on a : $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$.

Donc $f'(1) = -3$ et avec $f(1) = 3$, l'équation devient :

$$y - 3 = -3(x-1) \quad \text{ou} \quad y = -3x + 3 + 3 \quad \text{et enfin} \quad y = -3x + 6.$$

Question 5

L'équation s'écrit : $x^2 - 6x + 5 = 0$.

On a :

$$\Delta = 36 - 20 = 16 = 4^2 > 0.$$

Le trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{6+4}{2} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{6-4}{2} = 1.$$