Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[-5;5]$ par:

$$g(x) = \mathrm{e}^x - x + 1.$$

1. On admet que g est dérivable sur l'intervalle $[-5;5]$ et on note g' sa fonction dérivée. Calculer $g'(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[-5;5]$.
3. Démontrer que g est strictement positive sur $[-5;5]$, c'est-à-dire que:

$$\text{pour tout } x \in [-5;5],\ g(x) > 0.$$

Soit f la fonction définie sur $[-5;5]$ par:

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{\mathrm{e}^x}\cdot$$

On appelle $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.
On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[-5;5]$ et on note f' sa fonction dérivée.

4. Démontrer que pour tout réel x de $[-5;5]$,

$$f'(x) = \frac{1}{\mathrm{e}^x} \times g(x).$$

   En déduire les variations de f sur l'intervalle $[-5;5]$.
5. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.