Exercice Première Spécialité - 2020 - Ex 3 : Suites géométriques et algorithmique

Suites Algorithmie Python

1.

Diminuer de 2 % revient à multiplier par $1 - 0,02 = 0,98$.

$$120 \times 0,98 = 117,6\,\text{kg} \quad \text{et} \quad 117,6 \times 0,98 = 115,248\,\text{kg}.$$

2.

a.

Diminuer de 2 % revient à multiplier par $1 - 0,02 = 0,98$.

On a donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 0,98a_n$: la suite (a_n) est une suite géométrique de premier terme $a_0 = 120$ et de raison 0,98.

b.

On sait alors que quel que soit le naturel n,

$$a_n = a_0 \times 0,98^n = 120 \times 0,98^n.$$

c.

On rappelle que :

Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q, $q \neq 1$. La somme S de termes consécutifs est égale à

$$S = u_1 + u_2 + \ldots + u_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}.$$

En 2020, la famille A produira :

$$S_{2020} = a_1 + a_2 + \ldots + a_{12} = 120 \times 0,98 + 120 \times 0,98^2 + \ldots + 120 \times 0,98^{12}.$$

Or

$$0,98S_{2020} = 120 \times 0,98^2 + \ldots + 120 \times 0,98^{12} + 120 \times 0,98^{13}.$$

Par différence entre les deux lignes précédentes :

$$0,02S_{2020} = 120 \times 0,98 - 120 \times 0,98^{13},$$

ou encore :

$$0,02S_{2020} = 120 \times 0,98(1 - 0,98^{12}),$$

et

$$S_{2020} = \frac{120 \times 0,98(1-0,98^{12})}{0,02} = 49 \times 120(1 - 0,98^{12}) \approx 1265,8.$$

Donc $S_{2020} \approx 1266\,\text{kg}$ de déchets en 2020.

d.

S(6) donne la somme $a_1 + a_2 + \ldots + a_6$, soit la somme des déchets de la famille du premier semestre 2020.