

1.

En dérivant le produit, toutes les fonctions étant dérivables :

$$f'(x) = 2e^x + (2x - 1)e^x = e^x(2 + 2x - 1) = (2x + 1)e^x.$$

2.

On sait que, quel que soit  $x \in \mathbb{R}$ ,  $e^x > 0$  : le signe de  $f'(x)$  est celui de  $2x + 1$  qui s'annule pour :

$$2x + 1 = 0 \iff x = -\frac{1}{2}.$$

On en déduit :

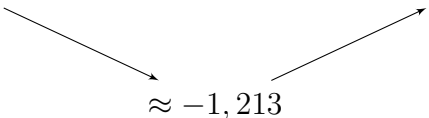
- $f'(x) > 0$  sur l'intervalle  $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$  ;
- $f'(x) < 0$  sur l'intervalle  $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[$ .

3.

La question précédente montre que la fonction  $f$  est décroissante sur l'intervalle  $\left] -\infty; -\frac{1}{2} \right[$ , et croissante sur l'intervalle  $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ , avec un minimum en  $x = -\frac{1}{2}$ , où :

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1\right) e^{-\frac{1}{2}} = -2e^{-\frac{1}{2}} \approx -1,213.$$

D'où le tableau de variations sur  $\mathbb{R}$  :

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
$f$			

4.

$C$  coupe l'axe des ordonnées en des points dont l'ordonnée est nulle, donc tels que :

$$(2x - 1)e^x = 0 \iff 2x - 1 = 0 \quad (\text{car } e^x \neq 0) \text{ d'où } x = \frac{1}{2}.$$

$C$  coupe l'axe des ordonnées au point  $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ .

5.

$$M(x; y) \in T \iff y - f(0) = f'(0)(x - 0).$$

Avec  $f(0) = -e^0 = -1$  et  $f'(0) = 1e^0 = 1$ , on obtient :

$$M(x; y) \in T \iff y - (-1) = 1(x - 0) \iff y = x - 1.$$