## 1.

**a.** Le point $A'$, milieu de $[BC]$, a pour coordonnées :

$$\left(\frac{6+0}{2}\,;\,\frac{0+6}{2}\right) \text{ soit } (3;3).$$

Ainsi, le rayon du cercle de centre $I$ et passant par $A'$ est :

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(3-1)^2+(3-2)^2} \\ &= \sqrt{2^2+1^2} \\ &= \sqrt{5}. \end{aligned}$$

**b.** Une équation du cercle $\Gamma$ est donc :

$$(x-1)^2+(y-2)^2 = (\sqrt{5})^2 \text{ soit } (x-1)^2+(y-2)^2 = 5.$$

## 2.

**a.** On a :

$$(0-1)^2+(0-2)^2 = 1+4 = 5$$

Donc $O(0\,;\,0)$ appartient à $\Gamma$.

**b.** Montrons tout d'abord que le point $H$ de coordonnées $(2\,;\,4)$ appartient à la droite $(BC)$.

On a $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$.

Ainsi :

$$\overrightarrow{BH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Ces deux vecteurs sont colinéaires et donc le point $H$ appartient à la droite $(BC)$.

$$\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = -6\times 4+6\times 4 = 0.$$

Ainsi $(AH)$ et $(BC)$ sont perpendiculaires. Par conséquent, $H$ est le pied de la hauteur issue de $A$. Donc $H_A$ a bien pour coordonnées $(2\,;\,4)$.

**c.** On a :

$$(2-1)^2+(4-2)^2 = 1+4 = 5$$

Donc $H_A$ est sur le cercle $\Gamma$.