1.

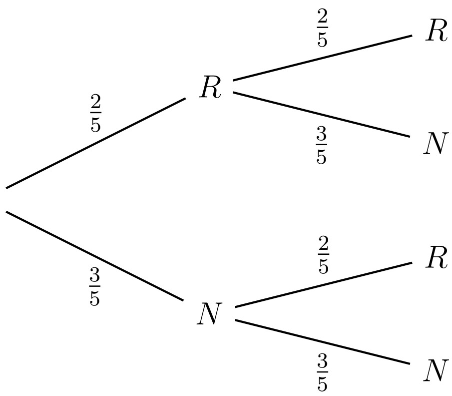
La probabilité de tirer une boule rouge est :

$$p(R) = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4.$$

La probabilité de tirer une boule noire est :

$$p(N) = \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

On peut donc dresser larbre pondéré :



2.

On a :

$$p(R \cap R) = p(R) \times p_R(R) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0{,}16.$$

3.

La probabilité de tirer deux boules noires est :

$$p(N \cap N) = p(N) \times p_N(N) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0{,}36.$$

Dans ce cas $X = -20$.

La probabilité de tirer une boule de chaque couleur est donc :

$$\begin{aligned} 1 - p(R \cap R) - p(N \cap N) &= 1 - 0{,}16 - 0{,}36 \\ &= 1 - 0{,}52 \\ &= 0{,}48. \end{aligned}$$

Dans ce cas $X = 40$, le dernier cas étant $X = 20 - 10 = 10$.

D'où le tableau de la loi de probabilité de X :

$X = x_i$	40	-20	10
$p(X = x_i)$	$0{,}16$	$0{,}36$	$0{,}48$

4.

La probabilité de gagner de largent $(X > 0)$ est égale à $0{,}16 + 0{,}48 = 0{,}64$.

5.

Lespérance mathématique de la variable aléatoire X est :

$$\begin{aligned} E(X) &= 40 \times 0{,}16 - 20 \times 0{,}36 + 10 \times 0{,}48 \\ &= 6{,}4 - 7{,}2 + 4{,}8 \\ &= 11{,}2 - 7{,}2 \\ &= 4. \end{aligned}$$

En moyenne, sur un grand nombre de parties, le gain est de 4 par partie.