$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$

1.

$h(x)$ est un polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$, donc sur $[-6\,;\,26]$, et sur cet intervalle :

$$h'(x) = -3x^2 + 2 \times 30x - 108 = -3x^2 + 60x - 108.$$

2.

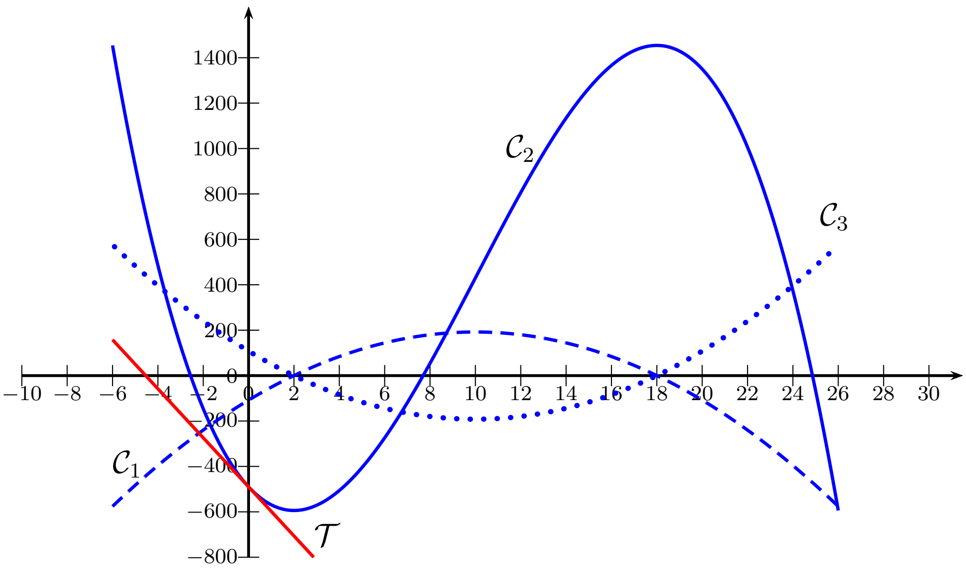
a. $\mathcal{C}'$ est la représentation graphique d'une fonction trinôme : c'est donc une parabole tournée vers le bas : c'est donc $\mathcal{C}_1$.

Comme $h'(x) \geqslant 0$ sur $[2\,;\,18]$, h est croissante sur cet intervalle et sa représentation n'est pas $\mathcal{C}_3$; c'est donc $\mathcal{C}_2$.

b. On a :

$$\begin{aligned} h'(x) &= -3\left(x^2 - 20x + 36\right) \\ &= -3\left[(x-10)^2 - 100 + 36\right] \\ &= -3\left[(x-10)^2 - 64\right] \\ &= -3\left[(x-10)^2 - 8^2\right] \\ &= -3(x-10+8)(x-10-8) \\ &= -3(x-2)(x-18). \end{aligned}$$

$h'(x) = 0$ pour $x = 2$ et $x = 18$, mais $h(10) = -3 \times 8 \times (-8) = 252$: c'est donc $\mathcal{C}_1$.



3.

$$\begin{aligned} & M(x\,;\,y) \in \mathcal{T} \\ \iff & y - h(0) = h'(0)(x-0) \\ \iff & y - (-490) = -108x \\ \iff & y = -108x - 490. \end{aligned}$$

4.

On a vu que $h'(x) = -3(x-2)(x-18)$: ce trinôme est négatif sauf entre les racines 2 et 18.
La fonction h est donc décroissante sauf sur l'intervalle $[2\,;\,18]$, où elle est croissante.

x	-6		2		18		26
Signe de $h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	1454	$\searrow$	-594	$\nearrow$	1454	$\searrow$	-594