$f(x) = (5 - 2x)\mathrm{e}^x$.

1.

- A d'abscisse nulle appartient à C, son ordonnée est donc $f(0) = 5\mathrm{e}^0 = 5$. Donc $A(0\,;\,5)$.
- B d'ordonnée nulle appartient à C, son abscisse est donc telle que :

$$f(x) = 0 \quad \iff \quad (5-2x)\mathrm{e}^x = 0 \quad \iff \quad 5 - 2x = 0,$$

puisqu'on sait que, quel que soit x, $\mathrm{e}^x > 0$.

Donc : $5 = 2x \iff x = \dfrac{5}{2}$ et $B\left(\dfrac{5}{2}\,;\,0\right)$.

2.

f, produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$, est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :

$$f'(x) = -2\mathrm{e}^x + (5-2x)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^x(-2+5-2x) = (3-2x)\mathrm{e}^x.$$

3.

$f'(x)$ est donc du signe de $3 - 2x$:

$$\begin{aligned} & 3 - 2x > 0 \\ \iff & 3 > 2x \\ \iff & \frac{3}{2} > x \end{aligned}$$

donc la fonction f est croissante sur $\left]-\infty\,;\,\dfrac{3}{2}\right[$;

x	0		$\frac{3}{2}$		10
f'(x)		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$6\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	

4.

D'après le résultat précédent $D\,(1,5\,;\,2e^{1,5})$.

🚀 Retrouve des milliers d'exercices corrigés sur galilee.ac

COOP MATHS CC BY SA

MathALÉA

5.

Une équation de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 0 est :

$$M(x\,;\,y) \in \mathcal{T} \iff y - f(0) = f'(0)(x-0).$$

Avec $f(0) = 5$ et $f'(0) = 3$, on obtient :

$$M(x\,;\,y) \in \mathcal{T} \iff y - 5 = 3x \iff y = 3x + 5.$$

Or $D\,(1,5\,;\,2\mathrm{e}^{1,5}) \in \mathcal{T} \iff 2\mathrm{e}^{1,5} = 4,5 + 5$
Comme $2\mathrm{e}^{1,5} \neq 9,5$, alors $D \notin \mathcal{T}$.

COOPMATHS CC BY SA
MathALÉA