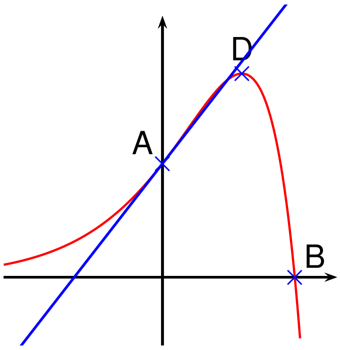
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (5 - 2x)\mathrm{e}^x.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f. Sur la figure ci-contre, on a tracé la courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthogonal où les unités ont été effacées. A est le point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des ordonnées et B le point d'intersection de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
D est le point de $\mathcal{C}$ dont l'ordonnée est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.



1. Calculer les coordonnées des points A et B.
2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$. Montrer que, pour tout réel x,
$$f'(x) = (3 - 2x)\mathrm{e}^x.$$
3. Étudier le sens de variation de la fonction f.
4. En déduire que le point D admet comme coordonnées $(1,5\ ;\ 2\mathrm{e}^{1,5})$.
5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A, puis vérifier, à l'aide de l'équation obtenue, que le point D n'appartient pas à cette tangente.