

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-1 ; 5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f . Déterminer, pour tout nombre réel x de $[-1 ; 5]$, l'expression de $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout nombre réel x de $[-1 ; 5]$,

$$f'(x) = 3(x - 1)(x - 3).$$

3. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur $[-1 ; 5]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.
4. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0.
5. Déterminer l'autre point de la courbe de f en lequel la tangente est parallèle à T .