

On considère la fonction  $f$  définie pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[-1 ; 5]$  par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

1. Soit  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Déterminer, pour tout nombre réel  $x$  de  $[-1 ; 5]$ , l'expression de  $f'(x)$ .
2. Montrer que pour tout nombre réel  $x$  de  $[-1 ; 5]$ ,

$$f'(x) = 3(x - 1)(x - 3).$$

3. Dresser le tableau de signe de  $f'(x)$  sur  $[-1 ; 5]$  et en déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur ce même intervalle.
4. Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à la courbe de la fonction  $f$  au point d'abscisse 0.
5. Déterminer l'autre point de la courbe de  $f$  en lequel la tangente est parallèle à  $T$ .