

Partie A

1. Si u_n est le nombre d'ouvrages de la médiathèque l'an $2020 + n$, on en jette $0,05u_n$, mais on en achète 6 000 neufs. On a donc :

$$u_{n+1} = u_n - 0,05u_n + 6000 = 0,95u_n + 6000.$$

2. Ce programme donne en milliers le nombre d'ouvrages de la médiathèque l'année $2020 + n$.

Partie B

- 1.a. Quel que soit $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= v_{n+1} - 80 \\ &= 0,95v_n + 4 - 80 \\ &= 0,95v_n - 76 \\ &= 0,95 \left(v_n - \frac{76}{0,95} \right) \\ &= 0,95(v_n - 80) \\ &= 0,95w_n. \end{aligned}$$

L'égalité $w_{n+1} = 0,95w_n$, vraie pour tout n , montre que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $w_0 = v_0 - 80 = 42 - 80 = -38$.

- 1.b. On sait que, pour tout n , $w_n = -38 \times 0,95^n$.

L'égalité $w_n = v_n - 80$ entraîne :

$$v_n = 80 + w_n = 80 - 38 \times 0,95^n.$$

2. Ceci signifie que le nombre d'ouvrages atteindra 70 000 au bout de 27 ans, soit en 2047.