

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100,000 ouvrages au total. Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2020, la médiathèque dispose du stock de 35,000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque, augmenté de 7,000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

Partie A

Chaque année, le bibliothécaire est chargée de supprimer 5 % des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6,000 ouvrages neufs.

On appelle u_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2020+n)$.

On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose ci-dessous un programme en langage Python : `def suite(n) : u=42 for i in range(n) : u=0.95*u+6 return u`

Expliquer ce que permet de déterminer ce programme.

Partie B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4,000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6,000 prévus.

On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2020+n)$.

1. On admet que $v_{n+1} = 0,95 \times v_n + 4$ pour tout entier naturel $n \geq 0$ avec $v_0 = 42$.
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n , par $w_n = v_n - 80$.
 - (a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .
 - (b) En déduire l'expression de w_n puis de v_n en fonction de n .
2. On donne ci-dessous un programme en langage Python.

```
def objet(A) : v=42 n=0 while v<A : v=0.95*v+4 n=n+1 return n
```

L'appel à la fonction `objet(70)` renvoie 27. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.