1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.

Ajouter 3,7 % c'est multiplier par $1 + \frac{3,7}{100} = 1 + 0,037 = 1,037$.
On a donc pour tout naturel n, $u_{n+1} = 1,037u_n$: la suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 187$ et de raison 1,037.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n.

On sait qu'alors avec q comme raison $u_n = u_0 \times q^n$, quel que soit le naturel n. Ici $u_n = 187 \times 1,037^n$.

3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n).

La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 187$ et de raison $q = 1,037$. On a $u_0 > 0$ et $q > 1$, la suite (u_n) est donc strictement croissante.

4. Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.

2019 correspond à $n = 19$,
donc $u_{19} = 187 \times 1,037^{19} \approx 372,9$, donc environ 373 millions au million près.

5. Des études montrent que 20 % de la quantité totale de plastique se retrouve dans les océans, et que 70 % de ces déchets finissent par couler. Montrer que la quantité totale, arrondie au million de tonnes, de déchets flottants sur l'océan dus à la production de plastique de 2000 à 2019 compris est de 324 millions de tonnes.

Sur les 20 % de plastiques allant à la mer, 30 % flottent en 2000, soit 6 %. La production totale de plastiques de 2000 à 2019 est :

$$S_{2019} = u_0 + 1,037u_0 + \ldots + 1,037^{19}u_0$$

$$1,037S_{2019} = 1,037u_0 + 1,037^2u_0 + \ldots + 1,037^{20}u_0$$

Par différence :

$$0,037S_{2019} = 1,037^{20}u_0 - u_0$$

$$S_{2019} = u_0\frac{1,037^{20} - 1}{0,037} \approx 5398,32$$

Restent en surface :

$$5398,32 \times 0,20 \times 0,30 \approx 323,89,$$

soit 324 millions au million près.