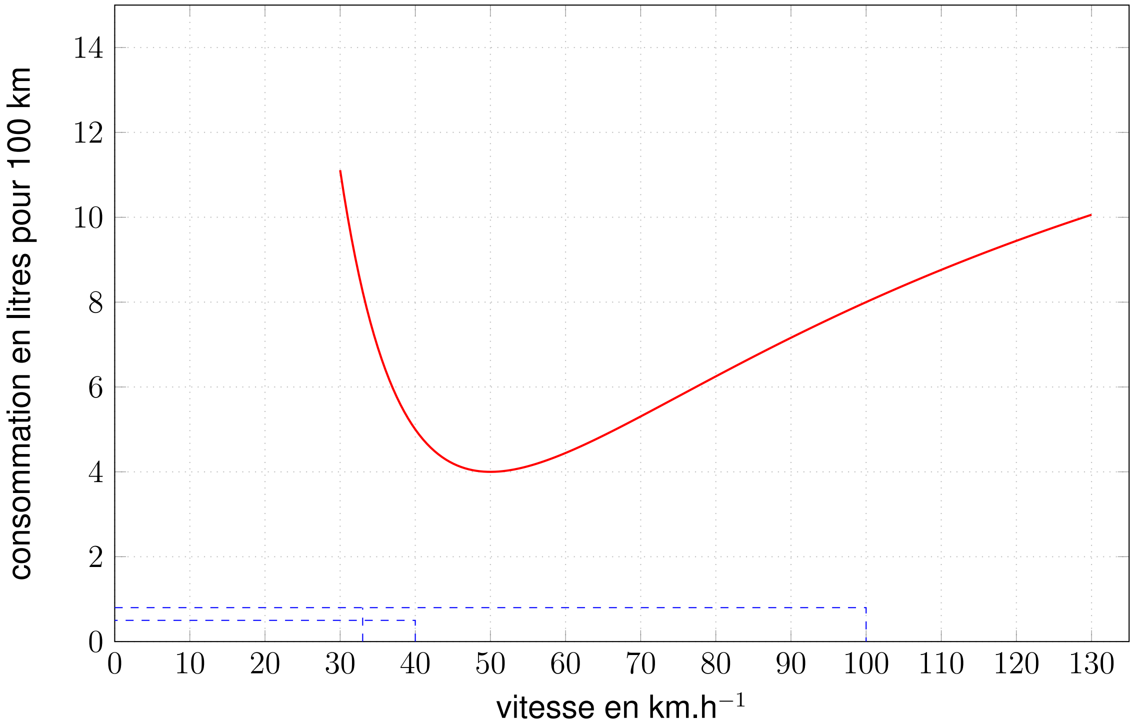
On s'intéresse à la consommation d'essence d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

Lecture graphique



1.

On lit environ 5 l.

2.

On lit environ 33,3 km/h ou 100 km/h.

3.

La consommation semble la plus basse à une vitesse de 50 km/h.

4.

u et v étant deux fonctions dérivables et la dérivée de $\frac{u}{v}$ (pour $v \neq 0$) étant $\frac{u'v - uv'}{v^2}$, on a donc :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{x^2 \times (40x - 1600) - 2x(20x^2 - 1600x + 40000)}{x^4} \\ &= \frac{40x^3 - 1600x^2 - 40x^3 + 3200x^2 - 80000x}{x^4} \end{aligned}$$

$$= \frac{1600x^2 - 80000x}{x^4}$$

$$= \frac{800(2x - 100)}{x^3}$$

5.

On a $800 > 0$ et on a aussi $x^2 > 0$ quel que soit le réel x, donc le signe de $f'(x)$ est celui de la différence $2x - 100$. Or :

- $2x - 100 < 0 \iff 2x < 100 \iff x < 50;$
- $2x - 100 > 0 \iff 2x > 100 \iff x > 50;$
- $2x - 100 = 0 \iff 2x = 100 \iff x = 50.$

Du signe de la dérivée, on en déduit que f est décroissante pour $x < 50$ et croissante pour $x > 50$:
$f(50) = \dfrac{20 \times 50^2 - 1600 \times 50 + 40000}{50^2} = 36 - 32 = 4$ est le minimum de la fonction.