$P(t) = 100te^{-t}$.

1.

$$P(0) = 100 \times 0 \times e^{0} = 0 \quad \text{et} \quad P(5) = 100 \times 5 \times e^{-5} \approx 3.$$

2.

$P'(t) = 100(1-t)e^{-t}$.

a. On sait que, quel que soit le réel t, $e^{-t} > 0$ et par conséquent $100e^{-t} > 0$. Le signe de $P'(t)$ est donc celui de $1-t$ qui est positif sur $[0\,;\,1]$ et négatif sur $[1\,;\,5]$.

b. La fonction P est donc croissante sur $[0\,;\,1]$ puis décroissante sur $[1\,;\,5]$, avec un maximum en :

$$P(1) = 100e^{-1} \approx 36{,}78.$$

x	0		1		5
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$100e^{-1} \approx 36{,}78$	$\searrow$	$500e^{-5} \approx 3$

c. D'après la question précédente et comme le confirme la courbe représentative de la fonction, $P(1) \approx 36{,}78$ est le maximum de la fonction sur l'intervalle $[0\,;\,5]$.

3.

On constate graphiquement qu'après 4 h 30 min, $P(t) < 5$. Le polluant ne sera plus dangereux après 4 h 30 min.