Exercice Première Spécialité - 2020 - Ex 3 : Suites

Suites

On considère les suites $(u_n)_{n\geqslant 0}$ et $(v_n)_{n\geqslant 0}$ définies par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 3 \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 6.$$

1. Montrer que la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$ est une suite géométrique de raison $0,5$ et de premier terme 1.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
3. En déduire, pour tout entier naturel n, une expression de u_nn en fonction de n.
4. On note $S = v_0 + v_1 + \ldots + v_{100}$ la somme des 101 premiers termes de la suite $(v_n)_{n\geqslant 0}$.
   (a) Déterminer la valeur de S.
   (b) En déduire la valeur de la somme des 101 premiers termes de la suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$.