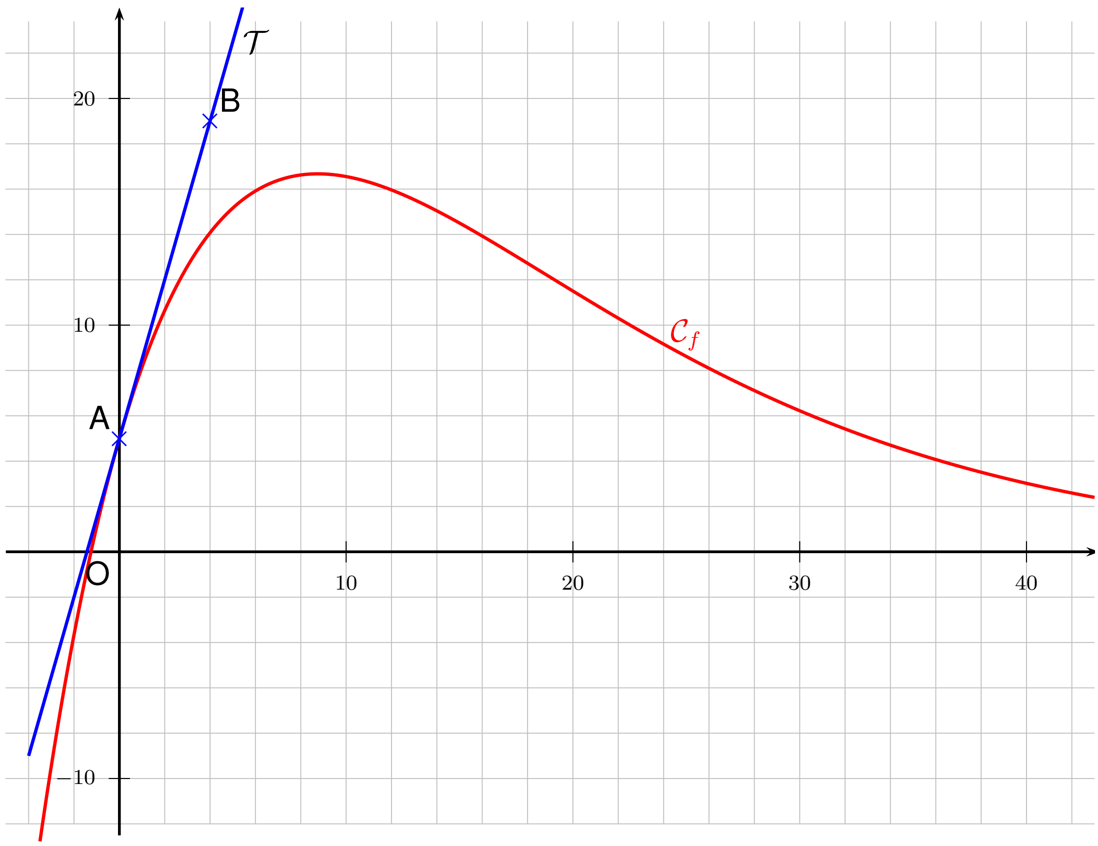
On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

où a et b sont des réels fixés.

La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous, dans un repère orthogonal.

[b]



On a également représenté la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}_f$ au point A(0 ; 5).

On admet que cette tangente $\mathcal{T}$ passe par le point B(4 ; 19).

1. En exprimant $f(0)$, déterminer la valeur de b.
2. (a) À l'aide des coordonnées des points A et B, déterminer une équation de la droite $\mathcal{T}$.

   (b) Exprimer, pour tout réel x, $f'(x)$ en fonction de x et de a et en déduire que pour tout réel x, $f(x) = (4x + 5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.
3. On souhaite déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R},\ f'(x) = (-0,4x + 3,5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.

   (b) Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$ et en déduire le maximum de f sur $\mathbb{R}$.