

Question 1

Les points de l'axe des ordonnées sont caractérisés par $x = 0$, donc :

$$f(0) = \frac{e^0}{1+0} = \frac{1}{1} = 1.$$

Donc $A(0; 1)$.

Question 2

Les points de l'axe des abscisses sont caractérisés par $y = 0$, donc :

$$\frac{e^x}{1+x} = 0.$$

Or, sur $[0; +\infty[$, $e^x > 0$ et $1+x > 1 > 0$, donc $f(x) > 0$.

La courbe C_f ne coupe pas l'axe des abscisses.

Question 3

f est dérivable sur $[0; +\infty[$ car c'est un quotient de fonctions dérivables sur cet intervalle :

$$f'(x) = \frac{e^x(1+x) - e^x}{(1+x)^2} = \frac{xe^x}{(1+x)^2}.$$

Question 4

Tous les termes de $f'(x)$ sont positifs, donc $f'(x) > 0$. La fonction f est donc croissante sur $[0; +\infty[$.

Question 5

Une équation de la tangente à C_f au point B d'abscisse 1,6 est :

$$y - f(1,6) = f'(1,6)(x - 1,6).$$

Avec $f(1,6) = \frac{e^{1,6}}{2,6}$ et $f'(1,6) = \frac{1,6e^{1,6}}{2,6^2}$, l'équation devient :

$$y - \frac{e^{1,6}}{2,6} = \frac{1,6e^{1,6}}{2,6^2}(x - 1,6).$$

Le couple $(0; 0)$ ne vérifie pas cette équation donc le point $O(0; 0)$ n'appartient pas à C_f .