Sujet Première Spécialité Mathématiques - Sujet 52 2020 - Corrigé & Analyse

Algorithmie · Dérivation · Exponentielle · Géométrie repérée · Probabilités · Probabilités conditionnelles · Python · Suites · Second degré · Trigonométrie · Variables aléatoires · QCM

galilee.ac

Exercice 1 QCM — 5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Pour tout entier naturel n, on définit la suite (u_n) par : $u_n = 3 \times \dfrac{10^n}{2^{n+1}}$

La suite (u_n) est une suite :

A. arithmétique de raison 3.
B. géométrique de raison 3.
C. arithmétique de raison 5.
D. géométrique de raison 5. .

Question 2

Dans un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan, on considère les points $A(-2 ; 1)$ et $B(2; 4)$.

La droite Δ passe par le point $C(-1 ; 1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal.

La droite Δ admet pour équation cartésienne :

A. $3x - 4y + 7 = 0$ **B.** $4x + 3y + 1 = 0$ **C.** $3x - 4y - 1 = 0$ **D.** $4x + 3y + 7 = 0$.

Question 3

Dans l'intervalle $\left[0 ; \dfrac{\pi}{2}\right]$, l'unique solution de l'équation : $2\cos(x + \pi) + 1 = 0$ est :

A. $\dfrac{\pi}{3}$ **B.** $-\dfrac{5\pi}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi}{6}$ **D.** $\dfrac{2\pi}{3}$.

Question 4

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{1 + \mathrm{e}^x}$

La fonction dérivée f' de la fonction f est définie par :

A. $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}}{1 + \mathrm{e}}$ **B.** $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{(1 + \mathrm{e}^x)^2}$ **C.** $f'(x) = 1$ **D.** $f'(x) = \dfrac{-\mathrm{e}^x}{(1 + \mathrm{e}^x)^2}$.

Question 5

On considère la fonction f définie sur R par : $f(x) = -0,5(x + 2)^2 + 4,5$.

On peut affirmer que :

A.

Le tableau de variations de la fonction f est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	4,5	$\searrow$

B.

COOP MATHS — CC BY SA

MathALÉA

La courbe représentative de la fonction f admet un sommet de coordonnées $(4,5\ ;\ -2)$.

C.

Le signe de $f(x)$ est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$		$+$		$-$	

D.

La fonction f admet un minimum en -2 égal à 4,5.

Exercice 2 **5 points**

Une fleuriste met en vente quatre sortes de bouquets dont les tarifs et la composition sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Bouquet de tulipes orange : 10,50 €	Bouquet de roses orange : 23,50 €
Bouquet de tulipes blanches : 11,60 €	Bouquet de roses blanches : 25,50 €

- 72 % des bouquets mis en vente ne contiennent que des roses.
- Les autres bouquets mis en vente ne contiennent que des tulipes.
- 20 % des bouquets de tulipe mis en vente ne contiennent que des tulipes orange.
- 36 % des bouquets mis en vente ne contiennent que des roses blanches.

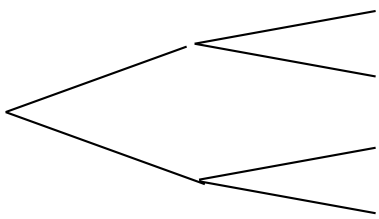
Un client achète au hasard un bouquet parmi ceux mis en vente par la fleuriste. On note :

- R l'évènement : Le bouquet acheté par ce client est composé de roses.
- B l'évènement : Le bouquet acheté par ce client est composé de fleurs blanches.

Les évènements contraires des évènements R et B sont notés respectivement $\overline{R}$ et $\overline{B}$.

1. (a) Donner, sans justifier, la probabilité $p(R \cap B)$.

   (b) Recopier et compléter le plus possible l'arbre de probabilité ci-dessous en traduisant uniquement les données de l'énoncé.



   (c) Montrer que $p(B) = 0,584$.

COOPMATHS CC BY SA

2. On note X la variable aléatoire qui donne le prix d'un bouquet acheté par un client.

   (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, pour chaque valeur x_i de X, la probabilité de l'évènement $\{X = x_i\}$. Justifier.

x_i				
$p(X = x_i)$				

   (b) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. *On arrondira le résultat au centième.*

EXERCICE 3 **5 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 10] par :

$$f(x) = 60x\,\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

La fonction dérivée de la fonction f est notée f'.

1. Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = -30(x-2)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 10].
3. Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 10].
   On indiquera dans ce tableau les valeurs exactes des extremums.
4. Quelles sont les coordonnées du point en lequel la tangente à la courbe représentative de la fonction f est parallèle à l'axe des abscisses ?
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.

EXERCICE 4 **5 points**

Le 1er janvier 2019, le propriétaire d'un appartement a fixé à 650 euros le montant des loyers mensuels pour l'année 2019. Chaque 1er janvier, le propriétaire augmente de 1,52 % le loyer mensuel.

On modélise l'évolution du montant des loyers mensuels par une suite (u_n). L'arrondi à l'unité du terme u_n représente le montant, en euros, du loyer mensuel fixé le 1er janvier de l'année $(2019+n)$, pour n entier naturel. Ainsi $u_0 = 650$ euros.

1. (a) Calculer le montant du loyer mensuel fixé le 1er janvier 2020.
   (b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
   (c) Calculer le montant du loyer mensuel qui, selon ce modèle, sera fixé pour l'année 2027.
2. Pour calculer la somme totale des loyers perçus par le propriétaire durant les années 2019 à 2019+A, on utilise la fonction ci-dessous, écrite en langage Python.

   1 def somme(A): 2 S=0 3 n=0 4 while n<=A: 5 S=S+7800*1.0152**n 6 n = n + 1 7 return S

   L'exécution de ce programme pour quelques valeurs de A donne les résultats ci-dessous :

```
>>> somme(0)
7800.0
>>> somme(1)
15718.560000000001
>>> somme(2)
23757.482112000005
>>> somme(3)
31918.595440102407
>>> somme(8)
74623.04180934158
```

(a) Interpréter, dans le contexte de l'exercice, le résultat obtenu lors de l'appel somme(1).

(b) Déterminer la somme totale des loyers perçus par le propriétaire durant les années 2022 à 2027 incluses. On arrondira le résultat à l'unité.

🚀 Retrouve des milliers d'exercices corrigés sur galilee.ac

COOPMATHS CC BY SA
MathALÉA