

## EXERCICE 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Les questions sont indépendantes.

Pour chacune des cinq questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Soit  $p$  une probabilité sur un univers  $\Omega$  et  $A$  et  $B$  deux événements indépendants tels que  $p(A) = 0,5$  et  $p(B) = 0,2$ .

Alors  $p(A \cup B)$  est égal à :

- a.** 0,1      **b.** 0,7      **c.** 0,6      **d.** On ne peut pas savoir.

2. La valeur arrondie au centième de  $1 + 1,2 + 1,2^2 + 1,2^3 + \dots + 1,2^{10}$  est :

- a.** 3,27      **b.** 25,96      **c.** 26,96      **d.** 32,15.

3. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{e^x}$

Pour tout réel  $x$ ,  $f(x)$  est égal à :

- a.**  $f(x) = \frac{e^{-x}}{-x}$       **b.**  $f(x) = xe^{-x}$       **c.**  $f(x) = -xe^{-x}$       **d.**  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$ .

4. Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (2x - 5)e^x$ . On admet que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $g'$  sa fonction dérivée.

Alors pour tout réel  $x$ ,  $g'(x)$  est égal à :

- a.**  $(2x - 3)e^x$       **b.**  $(-2x + 7)e^x$       **c.**  $2e^x$       **d.**  $-5e^x$ .

5. Le nombre  $\frac{e^3 \times e^{-5}}{e^2}$  est égal à :

- a.**  $-1$       **b.**  $e^{-\frac{15}{2}}$       **c.**  $\frac{1}{e^4}$       **d.**  $\frac{3e^{-5}}{2}$ .

**EXERCICE 2**

**5 points**

Une banque propose un placement. Le compte est rémunéré et rapporte 5 % par an. La banque prend des frais de gestion qui se montent à 12 euros par an.

Ainsi, chaque année la somme sur le compte augmente de 5% puis la banque prélève 12 euros.

Noémie place la somme de 1,000 euros dans cette banque.

On appelle  $u_n$  la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après  $n$  années, où  $n$  désigne un entier naturel.

On a donc  $u_0 = 1,000$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,05u_n - 12$

1. Avec un tableur on a calculé les premiers termes de la suite  $(u_n)$  :

|    | A   | B        |
|----|-----|----------|
| 1  | $n$ | $u(n)$   |
| 2  | 0   | 1,000    |
| 3  | 1   | 1,038.00 |
| 4  | 2   | 1,077.90 |
| 5  | 3   | 1,119.80 |
| 6  | 4   | 1,163.78 |
| 7  | 5   | 1,209.97 |
| 8  | 6   | 1,258.47 |
| 9  | 7   | 1,309.40 |
| 10 | 8   | 1,362.87 |
| 11 | 9   | 1,419.01 |
| 12 | 10  | 1,477.96 |

On pose  $(v_n)$  la suite définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 240$ .

2. Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 1,05.
3. Exprimer  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de l'entier  $n$ .
4. Calculer à partir de cette dernière formule la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après 20 ans de placement.

**EXERCICE 3**

**5 points**

*Dans cet exercice toutes les probabilités seront données sous forme décimale, arrondie au millième.*

Une entreprise récupère des smartphones endommagés, les répare et les reconditionne afin de les revendre à prix réduit.

- 45 % des smartphones qu'elle récupère ont un écran cassé ;
- parmi les smartphones ayant un écran cassé, 30 % ont également une batterie défectueuse ;

- par contre, seulement 20 % des smartphones ayant un écran non cassé ont une batterie défectueuse.

1. Un technicien chargé de réparer et reconditionner les smartphones de l'entreprise prend un smartphone au hasard dans le stock. On note :

- $E$  l'évènement : Le smartphone choisi a un écran cassé .
- $B$  l'évènement : Le smartphone choisi a une batterie défectueuse .

- Représenter la situation décrite ci-dessus par un arbre pondéré.
- Démontrer que la probabilité que le smartphone choisi ait une batterie défectueuse est égale à 0,245.
- Sachant que le smartphone choisi a une batterie défectueuse, quelle est la probabilité qu'il ait un écran cassé ?

2. L'entreprise dépense 20 € pour réparer et reconditionner chaque smartphone qu'elle récupère. Si l'écran est cassé, elle dépense 30 € supplémentaires, et si la batterie est défectueuse, elle dépense 40 € supplémentaires.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au coût total de réparation et reconditionnement d'un smartphone choisi au hasard dans le stock.

- Recopier et compléter sur la copie (aucune justification n'est attendue) le tableau suivant pour donner la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .

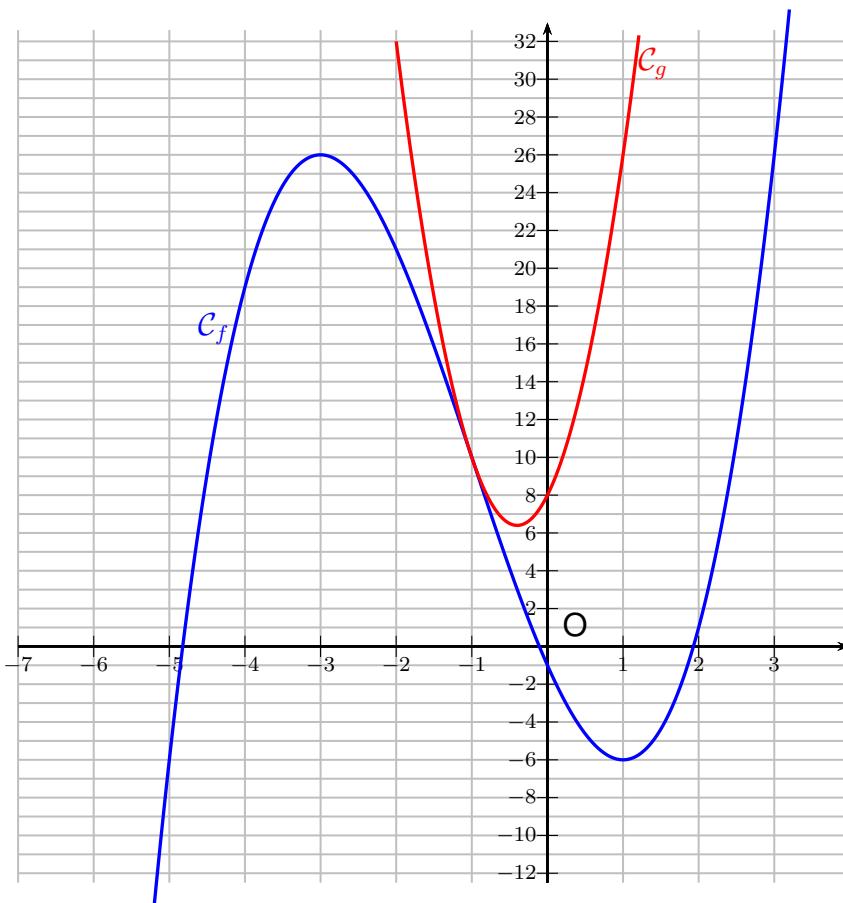
|              |      |     |     |     |
|--------------|------|-----|-----|-----|
| $x_i$        | 20   | 50  | ... | ... |
| $p(X = x_i)$ | 0,44 | ... | ... | ... |

- L'entreprise doit réparer et reconditionner 500 smartphones. Combien doit-elle s'attendre à dépenser ?

**EXERCICE 4**

**5 points**

On donne ci-dessous les représentations graphiques respectives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  de deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  l'ensemble des nombres réels.



1. La fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1.$$

On admet qu'elle est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $f'$  [ désigne ] sa fonction dérivée.

- (a) Calculer  $f'(x)$ .
  - (b) Déterminer le signe de  $f'(x)$  en fonction du réel  $x$ .  
En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$ .
  - (c) Déterminer une équation de la droite  $T$  tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $-1$ .
2. La fonction  $g$  est une fonction polynôme du second degré, il existe donc trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  $g(x) = ax^2 + bx + c$  pour tout réel  $x$ . On note  $\Delta$  son discriminant.
- (a) Déterminer, à l'aide du graphique, le signe de  $a$  et le signe de  $\Delta$ .
  - (b) La fonction  $g$  est définie, pour tout réel  $x$ , par  $g(x) = 10x^2 + 8x + 8$ .  
Démontrer que les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  ont un point commun d'abscisse  $-1$  et qu'en ce point elles ont la même tangente.