

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

On définit la fonction f sur $]2, 5 ; +\infty[$ par :

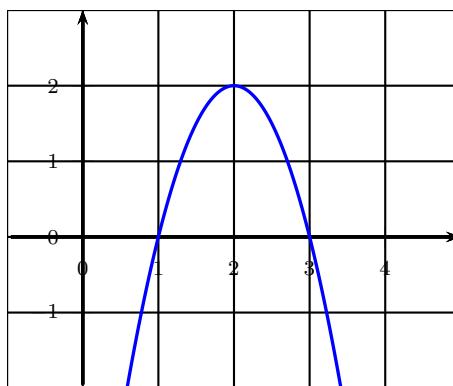
$$f(x) = \frac{3x+1}{-2x+5}.$$

Alors pour tout $x \in]2, 5 ; +\infty[, \quad \text{b)} \quad f'(x)$ est donnée par l'expression :

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| a. $-\frac{3}{2}$ | b. $\frac{17}{(-2x+5)^2}$ | c. $\frac{17}{(2x-5)^2}$ | d. $-\frac{13}{(-2x+5)^2}$ |
|--------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|

Question 2

On considère une fonction f polynôme de degré 2 dont une représentation graphique est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé.

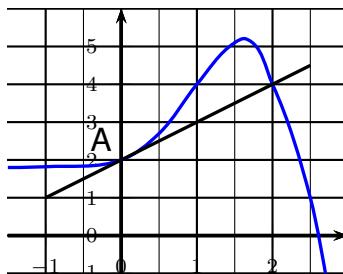


Par lecture graphique, on peut affirmer qu'une forme factorisée de f est :

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a. $-2(x+1)(x+3)$ | b. $-2(x-1)(x-3)$ | c. $2(x-1)(x-3)$ | d. $2(x+1)(x+3)$ |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|

Question 3

On se place dans un repère orthogonal. On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f ainsi que sa tangente au point A.



On a alors:

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|------------------|
| a. $f'(0) = 0$ | b. $f'(0) = 2$ | c. $f'(0) = 1$ | d. $f'(0) = 0,5$ |
|----------------|----------------|----------------|------------------|

Question 4

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

On considère les points $G(1 ; -2)$ et $H(6 ; 4)$.

La droite (GH) passe par le point :

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| a. $A(-3 ; 2)$ | b. $B(2,5 ; 0)$ | c. $C(10 ; 12)$ | d. $D(-14 ; -20)$ |
|----------------|-----------------|-----------------|-------------------|

Question 5

On considère un nombre réel x appartenant à l'intervalle $\left[\pi ; \frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Alors $\sin(x)$ est égal à :

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|-------------------|------------------|
| a. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | b. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | c. $-\frac{1}{2}$ | d. $\frac{1}{2}$ |
|-------------------------|--------------------------|-------------------|------------------|

Exercice 2

5 points

Camille et Dominique ont été embauchés au même moment dans une entreprise et ont négocié leur contrat à des conditions différentes:

- Camille a commencé en 2010 avec un salaire annuel de 14,400 €, alors que le salaire de Dominique était, cette même année, de 13,200 €.
- Le salaire de Camille augmente de 600 € par an alors que celui de Dominique augmente de 4 % par an.

1. Quels étaient les salaires annuels de Camille et de Dominique en 2012 ?

2. On modélise les salaires de Camille et de Dominique à l'aide de suites.

- On note u_n le salaire de Camille en l'année $2010 + n$. On a donc $u_0 = 14,400$.
 Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- Déterminer en quelle année le salaire de Camille dépassera 20,000 €.

- (c) On note v_n le salaire de Dominique en l'année $2010 + n$.
 Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
- (d) Calculer le salaire de Dominique en 2020. On arrondira le résultat à l'euro.
3. On veut déterminer à partir de quelle année le salaire de Dominique dépassera celui de Camille.

Pour cela, on dispose du programme incomplet ci-dessous écrit en langage Python.

Recopier et compléter les quatre parties en pointillé du programme ci-dessous:

```
def algo ( ) :
    A= 14,400
    B= 13,200
    n = 0
    while ... :
        A= ...
        B= ...
        n= ...
    return(n)
```

Exercice 3

5 points

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1 ; 3)$, $B(5 ; 0)$ et $C(9 ; 3)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par le point C et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

3. Démontrer que les droites D et (AB) ne sont pas parallèles.

On admet que le point $E(3 ; 1)$ est le point d'intersection de ces deux droites.

4. Les droites D et (AB) sont-elles perpendiculaires ?

5. On donne $AE = 2\sqrt{5}$ et $EC = 2\sqrt{10}$.

Calculer la mesure en degrés de l'angle \widehat{AEC} .

Exercice 4

5 points

Un parent d'élèves propose un jeu pour la fête de l'école.

Une urne opaque contient 100 billes indiscernables au toucher : 10 billes rouges, 30 billes blanches et 60 billes vertes.

Pour une partie, chaque joueur doit miser 2 jetons. Ensuite, le joueur prélève une bille au hasard dans l'urne.

- Si la bille prélevée est rouge, le joueur récupère 8 jetons.
- Si la bille est blanche, le joueur récupère 4 jetons.
- Si la bille est verte, le joueur ne gagne rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur en nombre de jetons, c'est-à-dire, le nombre de jetons gagnés diminué de la mise.

1. (a) Établir que la loi de probabilité de X est donnée par :

Valeurs a prises par X	-2	2	6
$p(X = a)$	0,6	0,3	0,1

- (b) Démontrer que le jeu est équitable, c'est-à-dire que l'espérance de X est nulle.
 (c) Calculer la variance puis l'écart-type de X . On arrondira au centième.
2. Pour financer les différentes actions de l'école, les organisateurs de la fête veulent modifier le jeu pour qu'il leur devienne favorable. Ils décident alors d'ajouter des billes vertes dans l'urne.

Combien de billes vertes doit-on ajouter dans l'urne pour que l'espérance du jeu soit égale à -1 ?