Exercice 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question une seule réponse est exacte.
Une mauvaise réponse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.
La bonne réponse rapporte un point.
Il n'est pas demandé de justification.

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-3x^2 + 2x + 1 > 0$, où x est un nombre réel, est :

   A. $\left\{-\dfrac{1}{3}\ ;\ 1\right\}$ **B.** $\emptyset$

   C. $\left]-\dfrac{1}{3}\ ;\ 1\right[$ **D.** $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{3}\right[\cup]1\ ;\ +\infty[$.

2. Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
   Une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point A de coordonnées $(-1\ ;\ 5)$ et de vecteur directeur $\vec{v}$ de coordonnées $(3\ ;\ -2)$ est :

   A. $-2x+3y+13=0$ **B.** $-2x-3y-13=0$ **C.** $2x-3y+13=0$ **D.** $-2x-3y+13=0$.

3. Soit f la fonction définie sur $]-\infty\ ;\ 2[\cup]2\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$.
   La fonction dérivée de f est définie sur $]-\infty\ ;\ 2[\cup]2\ ;\ +\infty[$ par :

   A. $f'(x) = \dfrac{5}{(x-2)^2}$ **B.** $f'(x) = \dfrac{3x-6}{(x-2)^2}$ **C.** $f'(x) = \dfrac{-3}{(x-2)^2}$ **D.** $f'(x) = \dfrac{-5}{(x-2)^2}$.

4. Pour tout nombre réel x, une expression simplifiée de

   $$\frac{(\mathrm{e}^x)^2 \times \mathrm{e}^{-x+1}}{\mathrm{e}^{5x}}$$

   est :

   A. e^{-4x+1} **B.** e^{x^2-6x+1} **C.** e^{x^2+4x+1} **D.** $\mathrm{e}^{-x^3+x^5-5x}$.

5. La fonction f est définie pour tout x réel par

   $$f(x) = \mathrm{e}^x(3\mathrm{e}^x - 1).$$

   La fonction dérivée de f est définie pour tout x réel par :

   A. $f'(x) = \mathrm{e}^x(3\mathrm{e}^x)$ **B.** $f'(x) = 6\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x$ **C.** $f'(x) = 3\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}x$ **D.** $f'(x) = 3(\mathrm{e}^x)^2 - 1$.

Exercice 2 — 5 points

Un pépiniériste stocke un grand nombre d'arbustes de la famille des *viburnum* en vue de les vendre. Ceux-ci sont de deux espèces différentes : les *viburnum tinus* (nom commun : laurier tin) et les *viburnum opulus* (nom commun : boule de neige). Il constate que :

- 80 % de ses arbustes sont des lauriers tins, les autres sont des boules de neige.
- Parmi les lauriers tins, 41 % mesurent 1.10 m ou plus.
- Parmi les boules de neige, 32 % mesurent 1.10 m ou plus.

1. Est-il vrai que moins de 15 % des *viburnum* de ce pépiniériste sont des boules de neige de moins de 1.10 m ?

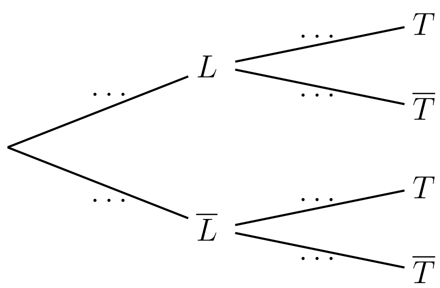
On choisit au hasard un *viburnum* chez ce pépiniériste et on considère les évènements suivants :

- L : le *viburnum* choisi est un laurier tin
- T : le *viburnum* mesure plus de 1.10 m.

2. Décrire par une phrase la probabilité $p_L\left(\overline{T}\right)$.

   Décrire également par une phrase l'évènement $\overline{L} \cap T$

3. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilité ci-dessous traduisant les données de l'énoncé.



4. Montrer que la probabilité que le *viburnum* mesure 1.10 m ou plus est égale à 0,392.

5. Le *viburnum* choisi a une taille inférieure à 1.10 m. Quelle est la probabilité que ce soit un boule de neige ? On arrondira le résultat à 10^{-3}.

EXERCICE 3 **5 POINTS**

Les deux parties suivantes sont indépendantes.

Partie A.

On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ pour tout entier naturel n.

1. Quelle est la nature de la suite (v_n) ? En préciser les éléments caractéristiques.

2. Donner, pour tout entier naturel n, une expression de v_n en fonction de n.

3. Calculer la somme $\mathscr{S}$ des dix premiers termes de la suite (v_n).

Partie B.

On modélise une suite (w_n) à l'aide de la fonction suivante écrite en langage Python :
def terme(n) : w=4 for i in range(n) : w=2*w- 3 return w

4. Que renvoie l'exécution de `terme(5)` ?

5. En s'inspirant de la fonction `terme(n)`, proposer une fonction `somme_termes(n)`, écrite en langage Python, qui renvoie la somme des n premiers termes de la suite (w_n).

EXERCICE 4 **5 POINTS**

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-1\ ;\ 5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1.$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f. Déterminer, pour tout nombre réel x de $[-1\ ;\ 5]$, l'expression de $f'(x)$.

2. Montrer que pour tout nombre réel x de $[-1\ ;\ 5]$,

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3).$$

3. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$ sur $[-1\ ;\ 5]$ et en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.

4. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0.

5. Déterminer l'autre point de la courbe de f en lequel la tangente est parallèle à T.