Exercice 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Les cinq questions sont indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie.
Aucune justification n'est attendue.
Une réponse juste rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlèvent pas de point.

Question 1

Dans un repère orthonormé, un vecteur normal à la droite d'équation $4x + 5y - 32 = 0$ est le vecteur :

a. $\vec{v}\binom{-5}{4}$ **b.** $\vec{v}\binom{-4}{5}$ **c.** $\vec{v}\binom{4}{5}$ **d.** $\vec{v}\binom{5}{4}$.

Question 2

Dans un repère orthonormé, le projeté orthogonal du point A(7 ; 9) sur la droite d'équation $4x + 5y - 32 = 0$ est le point :

a. H(7 ; 0,8) **b.** H(3 ; 4) **c.** H(4 ; 3,2) **d.** H(4 ; 5).

Question 3

Dans un repère orthonormé, une équation du cercle de centre A$(-1\ ;\ 3)$ et de rayon 2 est :

a. $x^2 - 1 + y^2 = 2^2$
b. $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 2$
c. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2^2$
d. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2^2$.

Question 4

Dans un repère orthonormé, la parabole d'équation $y = 3x^2 - 9x + 5$ a pour sommet le point S et pour axe de symétrie la droite Δ. Les coordonnées de S et l'équation de Δ sont :

a. $S\left(\dfrac{3}{2}\ ;\ -\dfrac{7}{4}\right)$ et $\Delta : x = \dfrac{3}{2}$
b. $S\left(\dfrac{3}{2}\ ;\ -\dfrac{7}{4}\right)$ et $\Delta : y = -\dfrac{7}{4}$
c. $S(3\ ;\ 5)$ et $\Delta : x = 3$
d. $S(3;5)$ et $\Delta : y = 5$.

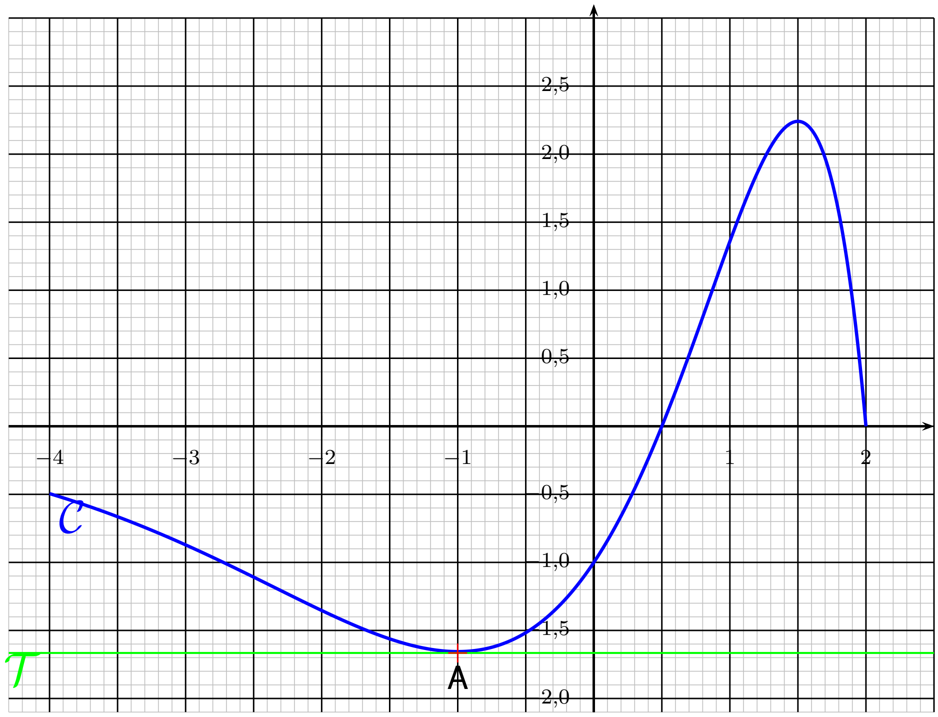
Question 5

On considère l'inéquation $-3x^2 + 9x - 5 > 0$. L'ensemble $\mathscr{S}$ des solutions de cette inéquation est (x_1 et x_2 sont deux réels tels que $x_1 < x_2$ pour les propositions **b.** et **d.**) :

a. $\emptyset$
b. de la forme $]-\infty\ ;\ x_1[\cup]x_2\ ;\ +\infty[$
c. $\mathbb{R}$
d. de la forme $]x_1\ ;\ x_2[$.

Exercice 2 — 5 points

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.
La fonction dérivée de f est notée f'.
Dans le repère orthonormé ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}$ est la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.
Le point A est le point de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse -1.
La droite $\mathcal{T}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ en A.



1. Par lecture graphique, donner la valeur de $f'(-1)$.
2. Résoudre, graphiquement, l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$.

On admet que la fonction f est définie sur $[-4\ ;\ 2]$ par $f(x) = (-x^2 + 2,5x - 1)\mathrm{e}^x$.

3. Vérifier que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$,

$$f'(x) = (-x^2 + 0,5x + 1,5)\mathrm{e}^x.$$

4. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.
5. En déduire les variations de f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.

EXERCICE 3 **5 points**

Laura reçoit chaque jour beaucoup de courriels. Pour se protéger des courriels indésirables, elle achète un logiciel anti-spam.

Chaque jour,

- 35 % des courriels reçus par Laura sont indésirables ;
- 95 % des courriels indésirables sont automatiquement bloqués par le logiciel anti-spam.
- Parmi les courriels qui ne sont pas indésirables, le logiciel anti-spam en bloque 2 %.

On choisit au hasard un courriel reçu par Laura. Chaque courriel a la même probabilité d'être choisi.

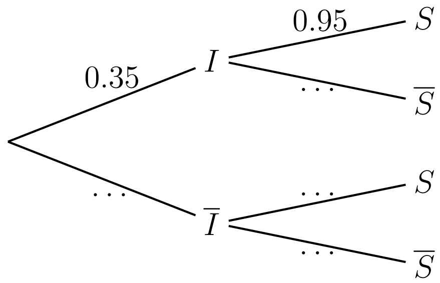
On considère les évènements suivants :

- I : le courriel choisi est indésirable ,
- S : le logiciel anti-spam bloque le courriel choisi .

Pour tout évènement A, on note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

Pour tout évènement A et B avec B un évènement de probabilité non nulle, la probabilité de A sachant B est notée $p_B(A)$.

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilité traduisant la situation.



2. Calculer la probabilité que le courriel reçu par Laura ne soit pas indésirable et soit bloqué par le logiciel anti-spam.

3. Montrer que $p(S) = 0.345{,}5$.

4. Le logiciel anti-spam a bloqué un courriel reçu par Laura. Calculer la probabilité que ce courriel soit indésirable. On donnera le résultat arrondi à 10^{-3}.

5. Le fournisseur du logiciel anti-spam affirme que son logiciel se trompe dans moins de 2 % des cas. Est-ce vrai ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 **5 points**

Durant le mois de janvier 2020, une entreprise produit 2,500 flacons de parfum ce qui correspond exactement au nombre de flacons commandés. Le propriétaire de l'entreprise décide d'augmenter chaque mois la production de 108 flacons et il espère que le nombre de flacons commandés augmentera chaque mois de 3,8 %.

On considère la suite (f_n) où pour tout entier naturel n, f_n modélise le nombre de flacons produits lors du mois de rang n après janvier 2020 ; ainsi f_0 est le nombre de flacons produits en janvier 2020, f_1 le nombre de flacons produits en février 2020, etc.

De la même manière, on considère la suite (c_n) où pour tout entier naturel n, c_n modélise le nombre potentiel de flacons commandés lors du mois de de rang n après janvier 2020.

On a donc $f_0 = c_0 = 2{,}500$.

1. Déterminer, en expliquant les calculs effectués, le nombre de flacons produits et le nombre potentiel de flacons commandés en février 2020.

2. Déterminer la nature des suites (f_n) et (c_n).

3. Exprimer, pour tout entier n, f_n et c_n en fonction de n.

4. On admet que, selon ce modèle, au bout d'un certain nombre de mois le nombre potentiel de flacons commandés dépassera le nombre de flacons produits.

   Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-contre, écrit en Python, afin qu'après son exécution la variable n contienne le nombre de mois à attendre après le mois de janvier 2020 pour que le nombre potentiel de flacons commandés dépasse le nombre de flacons produits.

```
n = 0
f = 2,500
c = 2,500
while ... :
    n = ...
    f = ...
    c = ...
```

5. De début janvier 2020 à fin décembre 2020, la production globale dépassera-t-elle le nombre de commandes potentielles ? Expliquer votre démarche.

On rappelle que :

- Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme u_0, alors, pour tout entier naturel n,

$$u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

- Si (v_n) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$, alors, pour tout entier naturel n,

$$v_0 + v_1 + \cdots + v_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$