Exercice 1 — 5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

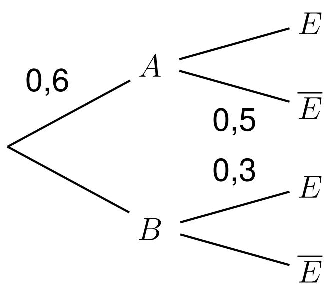
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

On choisit au hasard un individu parmi les passagers en transit dans un aéroport. On a représenté ci-dessous un arbre de probabilités lié à certains évènements dont certains éléments ont été effacés.

On considère les évènements suivants:

- A : le passager parle anglais
- B : le passager ne parle pas anglais
- E : le passager est un membre de l'Union Européenne



a. $P_B(E) = 0,12$	**b.** $p(E) = 0,42$	**c.** La probabilité que le passager choisi soit européen et ne parle pas anglais est 0,3	**d.** $P(A \cup B) = 1,1$

Question 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit D la droite d'équation $3x + y - 2 = 0$.

a. Le point de coordonnées $(6\ ;\ -15)$ appartient à D	**b.** D est perpendiculaire à la droite d'équation $12x + 4y = 0$	**c.** Le vecteur de coordonnées (1 ; 3) est un vecteur directeur de D.	**d.** Le vecteur de coordonnées (3 ; 1) est un vecteur directeur des droites perpendiculaires à D.

Question 3 On considère dans l'ensemble des réels l'équation trigonométrique $\sin x = 1$.

a. Cette équation admet une unique solution dans l'ensemble des réels	**b.** Cette équation admet une infinité de solutions dans l'ensemble des réels	**c.** 2π est une solution de cette équation	**d.** $-\dfrac{57\pi}{2}$ est une solution de cette équation

Question 4

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

a. La courbe $\mathcal{C}$ n'admet pas de tangente au point d'abscisse 0	**b.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 pour équation $y = 2x$	**c.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1	**d.** La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses

Question 5

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ par:

$$f(x) = \frac{x-3}{x+2}$$

f est dérivable sur l'intervalle $]-2\ ;\ +\infty[$ et pour tout réel x de $]-2\ ;\ +\infty[$, on a :

a. $f'(x) = 1$	**b.** $f'(x) = \dfrac{2x-1}{(x+2)^2}$	**c.** $f'(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$	**d.** $f'(x) = 2x - 1$

Exercice 2 **5 points**

À la naissance de Lisa, sa grand-mère a placé la somme de 5,000 euros sur un compte et cet argent est resté bloqué pendant 18 ans.

Lisa retrouve dans les papiers de sa grand-mère l'offre de la banque :

Offre
Intérêts composés au taux annuel constant de 3 %. À la fin de chaque année le capital produit 3 % d'intérêts qui sont intégrés au capital.

On considère que l'évolution du capital acquis, en euro, peut être modélisée par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le capital acquis, en euro, n années après la naissance de Lisa.

On a ainsi $u_0 = 5{,}000$.

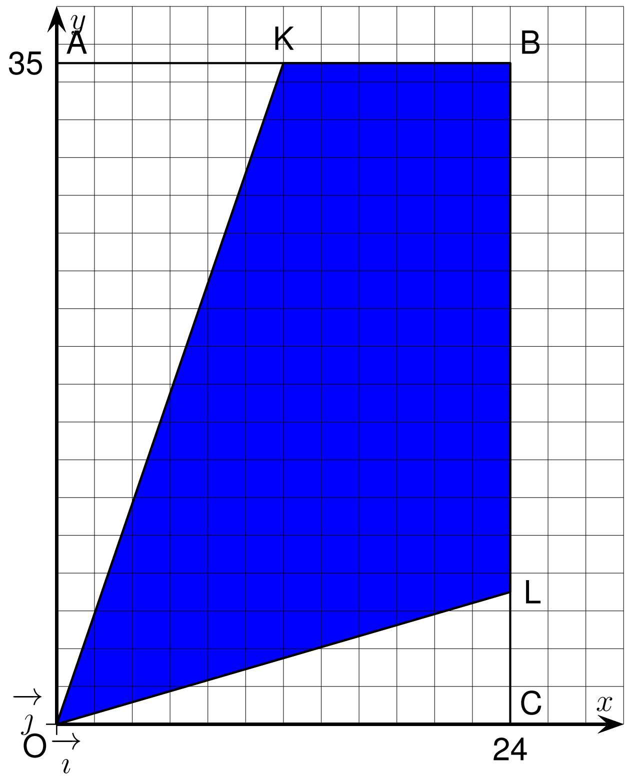
1. Montrer que $u_1 = 5{,}150$ et $u_2 = 5{,}304.5$.
2. (a) Pour tout entier naturel n, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   En déduire la nature de la suite (u_n) en précisant sa raison et son premier terme.

   (b) Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
3. Calculer le capital acquis par Lisa à l'âge de 18 ans. Arrondir au centième.
4. Si Lisa n'utilise pas le capital dès ses 18 ans, quel âge aura-t-elle quand celui-ci dépassera 10,000 euros ?

Exercice 3 **5 points**

Le rectangle OABC ci-dessous représente une place touristique vue de dessus. Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$ tel que $\overrightarrow{\text{OC}} = 24\,\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{\text{OA}} = 35\,\vec{\jmath}$.

Afin d'éclairer le plus grand nombre de monuments, on place au point O, un projecteur lumineux qui permet d'éclairer la partie du plan délimitée par les segments de droite [OK] et [OL] tels que K est le milieu de [AB] et $\overrightarrow{\text{CL}} = \dfrac{1}{5}\overrightarrow{\text{CB}}$.



1. Déterminer par lecture graphique les coordonnées des points A, B, C, K et L.
2. Un visiteur affirme : Moins de 70 % de la surface de la place est éclairée .
   Cette affirmation est-elle exacte ?
3. (a) Donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{OK}}$ et $\overrightarrow{\text{OL}}$.
   (b) Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{\text{OK}} \cdot \overrightarrow{\text{OL}}$ est égal à 533.
   (c) En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{\text{KOL}}$.

Exercice 4 **5 points**

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$.

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   (a) Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = 3\left(x + \dfrac{1}{3}\right)(x-1)$

(b) En déduire le tableau de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(c) Déterminer l'abscisse du point de la courbe représentative de f pour lequel le coefficient directeur de la tangente vaut 7.

2. On note x_0 l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$. On admet que $x_0 \in [1\ ;\ 2]$.

On considère la fonction suivante définie en langage Python.

```
def zero_de_f(n) :
a = 1
b = 2
for k in range(n) :
  x = (a + b)/2
  if x**3 - x**2 - x - 1 < 0 :
    a = x
  else :
    b = x
return a, b
```

(a) On applique cette fonction pour $n = 3$. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant, jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

Itération	$x = \dfrac{a+b}{2}$	$f(x) < 0$?	a	b	Amplitude de $[a\ ;\ b]$
$k = 0$	1,5	OUI	1,5	2	0,5
$k = 1$					
$k = 2$					

(b) En déduire un encadrement de x_0, d'amplitude $0,125$, par deux nombres décimaux.