

EXERCICE 1

5 points

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse devra être justifiée.

Toute démarche de justification même non aboutie sera prise en compte.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points :

$$A(2 ; -2), \quad B(4 ; 0), \quad C(0 ; -5), \quad D(-7 ; 1).$$

Affirmation 1 : Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Affirmation 2 : Une équation de la droite perpendiculaire à (AB) passant par C est :

$$y = x - 5$$

Affirmation 3 : Une équation du cercle de centre A passant par B est :

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 8$$

2. Soit f la fonction définie pour tout $x \in]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{x}.$$

On note f' sa fonction dérivée.

Affirmation 4 : $f'(1) = 0$

3. On donne : $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$

Affirmation 5 : $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) < 0$

EXERCICE 2

5 points

Une entreprise produit entre 1 millier et 5 milliers de pièces par jour. Le coût moyen de production d'une pièce, en milliers d'euros, pour x milliers de pièces produites, est donné par la fonction f définie pour tout réel $x \in [1 ; 5]$ par :

$$f(x) = \frac{0,5x^3 - 3x^2 + x + 16}{x}$$

1. Calculer le coût moyen de production d'une pièce lorsque l'entreprise produit 2 milliers de pièces.

2. On admet que [de] f est dérivable sur $[1 ; 5]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer que pour tout réel $x \in [1 ; 5]$,

$$f'(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 16}{x^2}$$

3. Vérifier que, pour tout réel x ,

$$x^3 - 3x^2 - 16 = (x - 4)(x^2 + x + 4)$$

4. En déduire le tableau de variation de f sur $[1 ; 5]$.

5. Déterminer le nombre de pièces à fabriquer pour que le coût moyen de production d'une pièce soit minimal, ainsi que la valeur de ce coût minimal.

EXERCICE 3

5 points

Un complexe cinématographique a ouvert ses portes en 2018 en périphérie d'une ville. En 2018, le complexe a accueilli 180 mille spectateurs. La gestionnaire du complexe prévoit une augmentation de 4 % par an de la fréquentation du complexe.

Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de spectateurs, en milliers, du complexe cinématographique pour l'année $(2018 + n)$. On a donc $u_0 = 180$.

1. Étude de la suite (u_n) .

- (a) Calculer le nombre de spectateurs en 2019.
- (b) Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.
- (c) Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

2. Un cinéma était déjà installé au centre-ville. En 2018, il a accueilli 260,000 spectateurs. Avec l'ouverture du complexe, le cinéma du centre-ville prévoit de perdre 10,000 spectateurs par an. Pour n , entier naturel, on note v_n le nombre de spectateurs, en milliers, accueillis dans le cinéma du centre-ville l'année $(2018 + n)$. On a donc $v_0 = 260$.

- (a) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- (b) On donne le programme ci-dessous, écrit en Python.

```
def cinema(): n = 0 u = 180 v = 260 while u < v : n = n + 1 u = 1.04*u v = v - 10 return n
```

Quelle est la valeur renvoyée lors de l'exécution de la fonction `cinema()` ?

L'interpréter dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4

5 points

La gestionnaire d'un cinéma s'intéresse à la catégorie des films vus par ses spectateurs, ainsi qu'à leur consommation au rayon friandises. Une étude sur plusieurs mois a montré que 40 % des spectateurs sont allés voir un film d'action, 35 % un dessin animé et les autres une comédie.

Parmi les spectateurs allant voir un film d'action, la moitié achètent des friandises, alors qu'ils sont 80 % pour ceux allant voir un dessin animé et 70 % pour ceux allant voir une comédie.

On interroge au hasard un spectateur sortant du cinéma et on note :

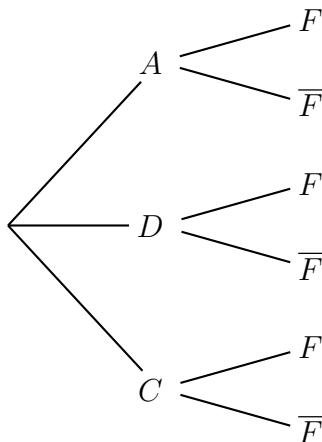
A l'évènement : le spectateur a vu un film d'action,

D l'évènement : le spectateur a vu un dessin animé,

C l'évènement : le spectateur a vu une comédie,

F l'évènement : le spectateur a acheté des friandises.

- Reproduire et compléter sur la copie l'arbre de probabilité ci-dessous représentant la situation.



- Démontrer que $p(F) = 0,655$.
- On interroge au hasard un spectateur ayant acheté des friandises. Quelle est la probabilité qu'il ait vu un dessin animé ? On donnera l'arrondi à 10^{-3} .
- Une place de cinéma coûte 10 €. On considérera que si un spectateur achète des friandises, il dépense 18 € pour sa place de cinéma et ses friandises.

On note X la variable aléatoire donnant le coût d'une sortie au cinéma pour un spectateur.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- En déduire le coût moyen par spectateur d'une sortie dans ce cinéma.