

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) comportant 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}(-2 ; 4)$ et $\vec{v}(3 ; -6)$. Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est égal à :

a. 18	b. -30	c. 0	d. 24
-------	--------	------	-------

Question 2

On considère le triangle ABC tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $BAC = 60$. Quelle est la longueur du côté BC ?

a. $BC = \sqrt{109}$	b. $BC = \sqrt{74}$	c. $BC = -35\sqrt{3} + 74$	d. $BC = \sqrt{39}$
----------------------	---------------------	----------------------------	---------------------

Question 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle C de centre $A(2 ; 3)$ et de rayon $R = 4$.

Parmi les équations suivantes, laquelle est une équation du cercle C ?

a. $x^2 + 4x + y^2 + 6y + 9 = 0$	b. $x^2 + 4x + y^2 + 6y - 3 = 0$
c. $x^2 - 4x + y^2 - 6y - 3 = 0$	d. $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 9 = 0$

Question 4

Le réel $\frac{-23\pi}{3}$ a le même point image sur le cercle trigonométrique que le réel :

a. $\frac{-\pi}{3}$	b. $\frac{\pi}{3}$	c. $\frac{-2\pi}{3}$	d. $\frac{2\pi}{3}$
---------------------	--------------------	----------------------	---------------------

Question 5

On considère l'algorithme suivant écrit en langage Python:

```

1  def liste(N) :
2    U = 1
3    L = [U]
4    for i in range(1, N) :
5      U = 2*U + 3
6      L.append(U)
7    return(L)
8

```

Que contient la variable L à la fin de l'exécution dans le cas où on choisit $N = 4$?

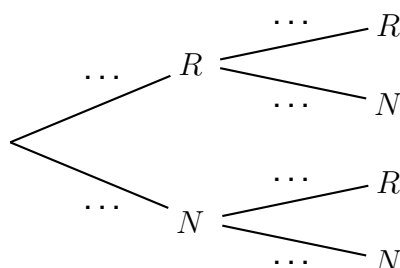
a. [1, 5, 13, 29, 61]	b. [1, 5, 13, 29]	c. 61	d. 9
-----------------------	-------------------	-------	------

Exercice 2

5 points

Une urne contient deux boules rouges et trois boules noires toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard une première boule en notant sa couleur puis on la remet dans l'urne. On tire ensuite toujours au hasard une deuxième boule en notant sa couleur. On note R l'évènement tirer une boule rouge et N l'évènement tirer une boule noire.

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessous associé à cette expérience.



- Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges ?
- Si un joueur tire une boule rouge, il gagne 20 euros. S'il tire une boule noire, il perd 10 euros. On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur, en euros, à l'issue des deux tirages successifs. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- Calculer la probabilité que le joueur gagne de l'argent.
- Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et en donner une interprétation.

Exercice 3

5 points

On considère les suites $(u_n)_{n \geq 0}$ et $(v_n)_{n \geq 0}$ définies par $u_0 = 7$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 3 \quad \text{et} \quad v_n = u_n - 6.$$

1. Montrer que la suite $(v_n)_{n \geq 0}$ est une suite géométrique de raison 0,5 et de premier terme 1.
2. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
3. En déduire, pour tout entier naturel n , une expression de u_n en fonction de n .
4. On note $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{100}$ la somme des 101 premiers termes de la suite $(v_n)_{n \geq 0}$.
 - (a) Déterminer la valeur de S .
 - (b) En déduire la valeur de la somme des 101 premiers termes de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$.

Exercice 4

5 points

Soit f la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombre réels par

$$f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2.$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée. Donner l'expression de $f'(x)$, pour tout nombre réel x .
2. On note T la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse -1 .
Donner l'équation réduite de la tangente T .
3. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = 3x^3 - 4x + 1.$$

On note \mathcal{C}_g sa courbe représentative dans le même repère que la courbe \mathcal{C}_f .

- (a) Montrer que pour tout nombre réel x , $f(x) - g(x) = -5x^2 + 4x + 1$.
- (b) Étudier sur \mathbb{R} le signe de $f(x) - g(x)$.
- (c) En déduire pour quelles valeurs de x la courbe \mathcal{C}_f est au-dessus de la courbe \mathcal{C}_g .