Exercice 1 — 5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. Pour tout réel x, $\sin(7\pi - x)$ est égal à :

a. $\sin x$	**b.** $-\sin x$	**c.** $\cos x$	**d.** $-\cos x$

2. Dans laquelle des quatre situations proposées ci-dessous le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est-il égal à 6 ?

a. ABC est un triangle tel que: AB $= 6$, AC $= 4$ et BC $= 8$.	**b.** Dans un repère orthonormé du plan: A$(-3\ ;\ 5)$, B$(2\ ;\ -2)$ et C$(1\ ;\ 7)$.	**c.** ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB $= 3$ et BC $= 2$	**d.** ABC est un triangle tel que : AB $= 6$, AC $= 4$ et $\widehat{\text{BAC}} = 30$.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \dfrac{3x+4}{x^2+1}$.

   f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, $f'(x)$ est égal à :

a. $\dfrac{3}{2x}$	**b.** $\dfrac{9x^2+8x+3}{(x^2+1)^2}$	**c.** $\dfrac{-3x^2-8x+3}{(x^2+1)^2}$	**d.** $9x^2+8x+3$

4. Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

   L'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que $x^2+y^2-10x+6y+30=0$ est :

a. une droite	**b.** une parabole	**c.** un cercle	**d.** ni une droite, ni une parabole, ni un cercle.

5. La somme $1+5+5^2+5^3+\ldots+5^{30}$ est égale à :

a. $\dfrac{1-5^{30}}{4}$	**b.** $\dfrac{5^{30}-1}{4}$	**c.** $\dfrac{1-5^{31}}{4}$	**d.** $\dfrac{5^{31}-1}{4}$

Exercice 2 **5 points**

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause méridienne et sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause méridienne plus longue.

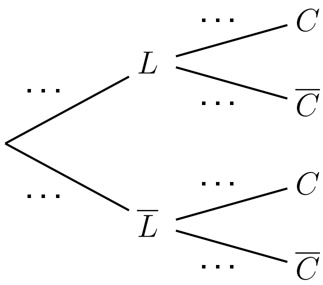
Parmi ceux qui sont favorables à une pause méridienne plus longue, 95 % souhaitent une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne sont pas favorables à une pause méridienne plus longue, seulement 10 % souhaitent une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On tire au hasard le nom d'un élève du lycée. On considère les évènements suivants:

- L: L'élève concerné est favorable à une pause méridienne plus longue.
- C : L'élève concerné souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous décrivant la situation.



2. Calculer la probabilité que l'élève concerné soit favorable à une pause méridienne plus longue et souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

3. Montrer que $P(C) = 0.567{,}5$.

4. Calculer la probabilité que l'élève concerné soit favorable à une pause méridienne plus longue sachant qu'il souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

   En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

5. Les évènements L et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 3 **5 points**

À l'issue d'une étude conduite pendant plusieurs années, on modélise l'évolution du prix du m^2 d'un appartement neuf dans une ville française de la manière suivante:

À partir d'un prix de 4,200 € le m^2 en 2019, on applique chaque année une augmentation annuelle de 3 %.

1. Avec ce modèle, montrer que le prix du m^2 d'un appartement neuf dans cette ville en 2021 serait de 4,455.78 €.

2. On considère la suite de terme général u_n qui permet d'estimer, avec ce modèle, le prix en euro du m^2 d'un appartement neuf l'année $2019 + n$. On a donc $u_0 = 4{,}200$.

(a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? En préciser la raison.

(b) En déduire l'expression du terme général u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

(c) Selon ce modèle, pourra-t-on acheter en 2024, un appartement de 40 m^2 si l'on dispose d'une somme de 200,000 €?

3. On définit, en langage Python, la fonction seuil ci-dessous.

```
1  def seuil():
2      u = 4200
3      n = 0
4      while u <= 8000 :
5          u = ...
6          n = n+1
7      return ...
```

Recopier et compléter les lignes 5 et 7 de sorte que cette fonction renvoie le nombre d'années nécessaires pour que, selon ce modèle, le prix du m^2 d'un appartement neuf dépasse 8,000 €.

Exercice 4 **5 points**

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$.

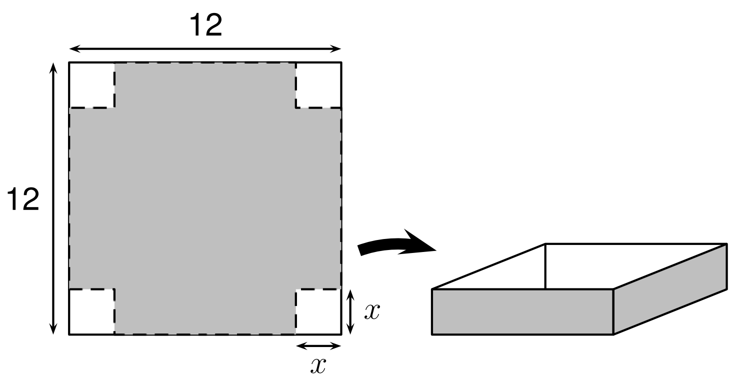
   (a) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = 12\left(x^2 - 8x + 12\right)$.

   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. Dans une plaque de carton carrée de 12 cm de côté, on découpe, aux quatre coins, des carrés identiques afin de construire une boîte sans couvercle, comme indiqué sur les figures ci-dessous.

   On note x la longueur (en cm) du côté de chacun des carrés découpés.

   On admet que $x \in]0\ ;\ 6[$.



L'objectif est de déterminer la longueur x permettant d'obtenir une boîte de volume maximal.

(a) Montrer que le volume de la boîte est égal à 100 cm^3 pour $x = 1$. Détailler le calcul.

(b) Montrer que, pour $x \in]0\ ;\ 6[$, le volume de la boîte est égal à $f(x)$, f étant la fonction étudiée à la question 1.

(c) Quelle est la valeur de x permettant d'obtenir une boîte de volume maximal ?