EXERCICE 1 — 5 POINTS

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. On considère la droite d dont une équation cartésienne dans un repère orthonormé est $2x - 3y + 4 = 0$.

   a. Un vecteur directeur de d est $\overrightarrow{u}\binom{-6}{4}$.
   b. Un vecteur normal de d est $\overrightarrow{n}\binom{-12}{18}$.
   c. Le point $C(-5\ ;\ 2)$ appartient à la droite d.
   d. La droite d coupe la droite d'équation $-x + 3y - 2 = 0$ au point F (1 ; 2).

2. Dans un repère orthonormé le cercle $\mathcal{C}$ a pour équation $x^2 - 2x + y^2 + y = 3$ et la droite $\mathcal{D}$ pour équation $y = 1$.

   a. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ n'ont aucun point d'intersection.
   b. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont un seul point d'intersection.
   c. $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont deux points d'intersection.
   d. On ne peut pas savoir combien $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$ ont de points d'intersection.

3. La fonction f est la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = \cos(2x)$.

   a. $f$est paire.
   b. f est impaire.
   c. f n'est ni paire ni impaire.
   d. f a pour période $\dfrac{\pi}{2}$.

4. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$.

   On définit en langage Python une fonction suite pour calculer u_n connaissant n.

   a. def suite(n): u=0 for i in range (1,n+1): u=1/2*(u+2/u) return u
   b. def suite(n): u=1 for i in range (1,n+1): u=1/2*(u+2/u) return n
   c. def suite(n): u=1 for i in range (1,n+1): u=1/2*u+2/u return u
   d. def suite(n): u=1 for i in range (1,n+1): u=1/2*(u+2/u) return u

5. L'équation $\mathrm{e}^x = 1$:

   a. n'a pas de solution.
   b. a pour solution le nombre 1.
   c. a pour solution le nombre 0.
   d. a pour solution le nombre e.

EXERCICE 2 — 5 POINTS

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

Un gérant d'un salon de thé achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs.
Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur *Au thé de qualité* et 20 % de ses boîtes chez le fournisseur *Bon thé* .

Des contrôles de qualité montrent que 10 % des boîtes provenant du fournisseur *Au thé de qualité* présentent des traces de pesticides et que 20 % de celles provenant du fournisseur *Bon thé* présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du gérant et on considère les évènements suivants :

- A : la boîte provient du fournisseur *Au thé de qualité* ;
- B : la boîte provient du fournisseur *Bon thé* ;
- T : la boîte présente des traces de pesticides .

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que la boîte prélevée provienne du fournisseur *Au thé de qualité* et contienne des traces de pesticide ?
3. Que représente l'évènement $B \cap \overline{T}$? Quelle est la probabilité de cet évènement ?
4. Justifier que la probabilité que la boîte ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.
5. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur *Bon thé* ?

EXERCICE 3 — 5 POINTS

Un propriétaire propose à un commerçant deux types de contrat pour la location d'un local pendant 3 ans.

1er contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'à la fin du bail.

2e contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

On modélise ces deux contrats par des suites (u_n) et (v_n), de sorte que pour tout entier $n \geqslant 1$, le prix du loyer le n-ième mois avec le 1er contrat est représenté par u_n et le prix du loyer le n-ième mois avec le 2contrat est représenté par v_n. On a ainsi $u_1 = v_1 = 200$.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
2. Le commerçant a écrit un programme en langage Python qui lui permet de déterminer u_n et v_n pour une valeur donnée de n.

```
1   u=200
2   v=200
3   n=int(input("Saisir une valeur de n :"))
4   for i in range(1,n):
5       u= .................
6       v= .................
7   print("Pour n =",n,"on a","u =",u," et v =",v)
```

(a) Recopier et compléter les lignes 5 et 6 de ce programme.

(b) Quels nombres obtiendra-t-on avec n = 4 ?

3. Déterminer, pour tout entier $n \geqslant 1$, l'expression de u_n et de v_n en fonction de n.

4. Quel contrat coûtera le moins cher au total pour l'ensemble d'un bail de 3 ans ?

EXERCICE 4 **5 POINTS**

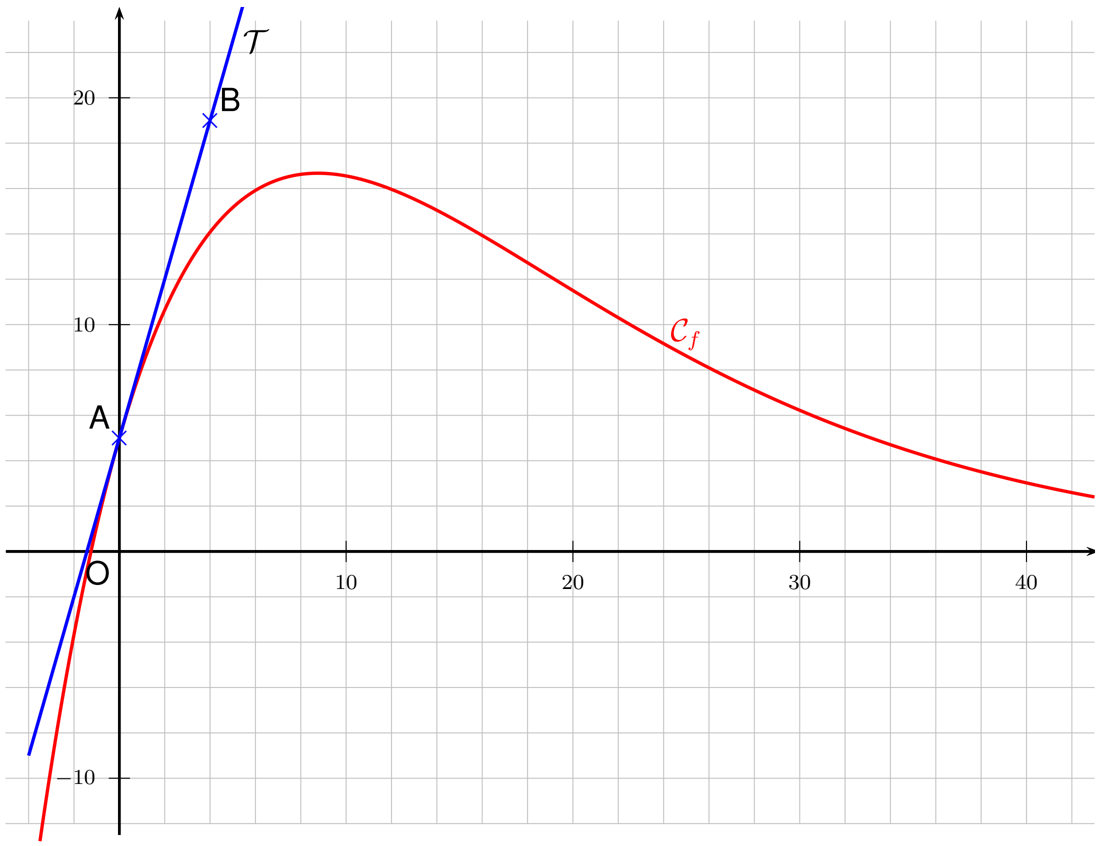
On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-0,1x}$$

où a et b sont des réels fixés.

La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous, dans un repère orthogonal.

[b]



On a également représenté la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}_f$ au point A(0 ; 5).
On admet que cette tangente $\mathcal{T}$ passe par le point B(4 ; 19).

1. En exprimant $f(0)$, déterminer la valeur de b.

2. (a) À l'aide des coordonnées des points A et B, déterminer une équation de la droite $\mathcal{T}$.
   (b) Exprimer, pour tout réel x, $f'(x)$ en fonction de x et de a et en déduire que pour tout réel x, $f(x) = (4x+5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.

3. On souhaite déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R},\ f'(x) = (-0,4x+3,5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.
   (b) Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$ et en déduire le maximum de f sur $\mathbb{R}$.