

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre qui correspond à la réponse choisie.

1. On munit le plan du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère trois points du plan A, B et C tels que $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$ et $\widehat{BAC} = \frac{5\pi}{3}$.

Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

a. $2\sqrt{3}$	b. 3	c. $-2\sqrt{3}$	d. -3
----------------	------	-----------------	-------

2. Soit a un nombre réel. On munit le plan du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sin(a) \\ \cos(a) \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -\cos(a) \\ \sin(a) \end{pmatrix}$. Alors $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est égal à :

a. $\sin^2(a) + \cos^2(a)$	b. 1	c. $\sin^2(a) - \cos^2(a)$	d. 0
----------------------------	------	----------------------------	------

3. On munit le plan du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A(2 ; 8), B(35 ; 0), C(7 ; -5) et D(3 ; 0). Alors, les droites (AB) et (CD) sont :

a. parallèles	b. perpendiculaires	c. sécantes	d. confondues
---------------	---------------------	-------------	---------------

4. On munit le plan du repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la fonction f définie pour tout réel x non nul par $f(x) = \frac{3}{x}$. On note C sa courbe représentative dans ce repère.

L'équation réduite de la tangente à C au point d'abscisse 1 est :

a. $y = -3x + 6$	b. $y = -3x$	c. $y = 3x$	d. $y = 3x + 6$
------------------	--------------	-------------	-----------------

5. L'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x^2 = 6x - 5$ est :

a. $S = \{1 ; 5\}$	b. $S = \{1\}$	c. $S = \emptyset$	d. $S = \{-5 ; -1\}$
--------------------	----------------	--------------------	----------------------

Exercice 2

5 points

Maxime participe à un jeu qui se déroule en deux parties :

- La probabilité qu'il gagne la première partie est de 0,2.
- S'il gagne la première partie, il gagne la deuxième avec une probabilité de 0,9.
- S'il perd la première partie, il perd la suivante avec une probabilité de 0,6.

On note :

- G_1 l'évènement Maxime gagne la première partie
- G_2 l'évènement Maxime gagne la deuxième partie

Partie A

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que Maxime gagne les deux parties du jeu.
3. Montrer que la probabilité que Maxime gagne la deuxième partie du jeu est 0,5.

Partie B

On sait de plus que :

- à chaque partie gagnée, le joueur gagne 1,50 €.
- à chaque partie perdue, il perd 1 €.

On note X la variable aléatoire qui correspond au gain algébrique en euros de Maxime à l'issue des deux parties.

1. Recopier sur la copie et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Valeurs de X			3	Total
Probabilité			0,18	

2. Déterminer si ce jeu est équitable. Justifier.

Exercice 3

5 points

Une personne souhaite louer une maison à partir du 1er janvier 2020 et a le choix entre deux formules de contrat :

- Contrat 1 : le loyer augmente chaque année de 200 €.

- Contrat 2 : le loyer augmente chaque année de 5 %.

Pour tout entier naturel n , on note :

- u_n le loyer annuel de l'année $2020 + n$ pour le contrat 1.
- v_n le loyer annuel de l'année $2020 + n$ pour le contrat 2.

Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de 3,600 €.

On a donc $u_0 = v_0 = 3,600$.

1. Étude de la suite (u_n)

- Déterminer le loyer annuel de l'année 2021 pour le contrat 1.
- Déterminer l'expression de u_n en fonction de n puis en déduire le loyer annuel de l'année 2030.

2. Étude de la suite (v_n)

- Déterminer le loyer annuel de l'année 2021 pour le contrat 2.
- Déterminer l'expression de v_n en fonction de n puis en déduire le loyer annuel de l'année 2030.

3. On considère le script suivant, écrit en langage Python :

```
u = 3,600
v = 3,600
n = 0
while u >= v:
    u = u + 200
    v = 1,05*v
    n = n + 1
```

Après exécution, la variable n contient la valeur 6. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4

5 points

Des pucerons envahissent une roseraie.

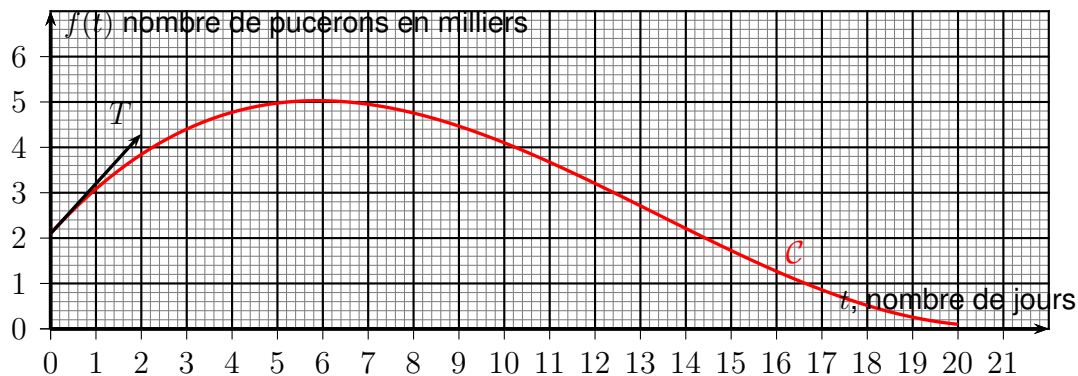
On introduit alors des coccinelles, prédatrices des pucerons, à l'instant $t = 0$, et on s'intéresse à l'évolution du nombre de pucerons à partir de cet instant et sur une période de 20 jours.

Partie A :

Dans le repère ci-dessous, on a tracé :

- La courbe \mathcal{C} représentant le nombre de milliers de pucerons en fonction du nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles.

- La tangente T à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0 passe par les points $A(0 ; 2,1)$ et $B(2 ; 4,3)$.



- Déterminer par lecture graphique le nombre de pucerons à l'instant où l'on introduit les coccinelles puis le nombre maximal de pucerons sur la période de 20 jours.
- On assimile la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant t au nombre dérivé $f'(t)$.
Déterminer graphiquement la vitesse de prolifération des pucerons à l'instant $t = 0$.

Partie B :

On modélise l'évolution du nombre de pucerons par la fonction f définie, pour tout t appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$, par :

$$f(t) = 0,003t^3 - 0,12t^2 + 1,1t + 2,1$$

où t représente le nombre de jours écoulés depuis l'introduction des coccinelles et $f(t)$ le nombre de pucerons en milliers.

- Déterminer $f'(t)$ pour tout t appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$ où f' désigne la dérivée de la fonction f .
- Dresser le tableau de signes de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
- En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 20]$. Préciser les images des valeurs de t apparaissant dans le tableau.