

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

### Exercice 1

**5 points**

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

#### Question 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin(x) - x$ .

Parmi les propositions suivantes, laquelle est vraie ?

<b>a.</b> $f$ est paire	<b>b.</b> $f$ est impaire	<b>c.</b> Pour tout réel $x$ , $f(x + 2\pi) = f(x)$	<b>d.</b> Pour tout réel $x$ , $f(x + \pi) = -f(x)$
-------------------------	---------------------------	---	---

#### Question 2

Dans l'intervalle  $[-\pi ; \pi]$ , l'équation  $2 \cos(x) - \sqrt{3} = 0$  a pour solutions :

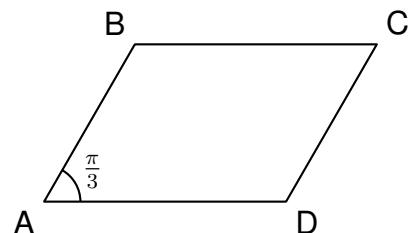
<b>a.</b> $-\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$	<b>b.</b> $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$	<b>c.</b> $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$	<b>d.</b> $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$
---	---	---	---

#### Question 3

Soit ABCD un parallélogramme tel que :

$AB = 3$ ,  $AD = 4$  et  $\widehat{BAD} = \frac{\pi}{3}$ .

Alors  $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC}$  est égal à :



<b>a.</b> 12	<b>b.</b> -12	<b>c.</b> 6	<b>d.</b> -6
--------------	---------------	-------------	--------------

#### Question 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

On considère la droite  $(d_1)$  d'équation  $3x - 4y + 1 = 0$ . La droite  $(d_2)$  perpendiculaire à  $(d_1)$  et passant par le point A(1 ; 1) a pour équation :

<b>a.</b> $4x + 3y = 0$	<b>b.</b> $4x + 3y - 7 = 0$	<b>c.</b> $x + y - 2 = 0$	<b>d.</b> $-4x + 3y + 1 = 0$
-------------------------	-----------------------------	---------------------------	------------------------------

#### Question 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ . Les droites  $(d)$  et  $(d')$  d'équations respectives  $2x - y + 5 = 0$  et  $-4x + 2y + 7 = 0$  sont :

- |               |             |               |                     |
|---------------|-------------|---------------|---------------------|
| a. confondues | b. sécantes | c. parallèles | d. perpendiculaires |
|---------------|-------------|---------------|---------------------|

### Exercice 2

5 points

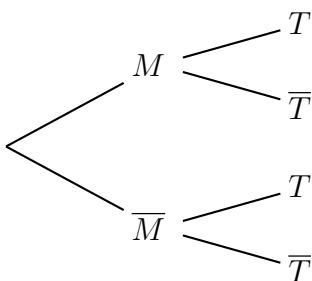
*Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, au dix millième.*

On étudie un test de dépistage pour une certaine maladie dans une population donnée. On sait que 1 % de la population est atteint de la maladie. Des études ont montré que si une personne est malade, alors le test se révèle positif dans 97 % des cas et si une personne n'est pas malade, le test est négatif dans 98 % des cas.

Pour une personne à qui on fait passer le test de dépistage on associe les évènements :

- $M$  : la personne est malade,
- $T$  : le test est positif.

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilité suivant en utilisant les données de l'exercice.



2. Justifier que  $P(\overline{M} \cap T) = 0.019,8$ .

3. Montrer que  $P(T) = 0.029,5$ .

4. Calculer  $P_T(M)$ .

5. Une personne dont le test se révèle positif est-elle nécessairement atteinte par cette maladie?

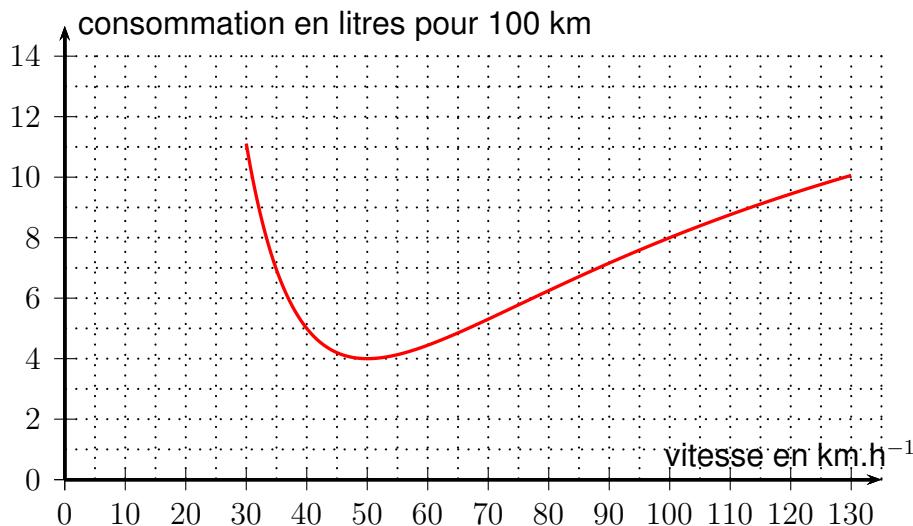
### Exercice 3

5 points

On s'intéresse à la consommation d'essence d'un véhicule en fonction de sa vitesse.

#### Lecture graphique

Le graphique ci-dessous représente la consommation d'essence en litres pour 100 km en fonction de la vitesse en  $\text{km.h}^{-1}$  du véhicule.



Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes:

1. Quelle est la consommation du véhicule lorsque celui-ci roule à  $40 \text{ km.h}^{-1}$  ?
2. Pour quelle(s) vitesse(s) le véhicule consomme-t-il 8 litres pour 100 km ?
3. Pour quelle vitesse la consommation du véhicule semble-t-elle minimale ?

### Modélisation

Si on note  $x$  la vitesse du véhicule en  $\text{km.h}^{-1}$ , avec  $30 \leq x \leq 130$ , la consommation d'essence en litres pour 100 km est modélisée par la fonction  $f$  d'expression :

$$f(x) = \frac{20x^2 - 1,600x + 40,000}{x^2}.$$

On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[30 ; 130]$ .

4. Montrer que pour tout  $x \in [30 ; 130]$ ,

$$f'(x) = \frac{800(2x - 100)}{x^3}.$$

5. Démontrer la conjecture de la question 3.

### Exercice 4

5 points

On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_n = \frac{n+2}{n+1}$ .

1. Calculer  $u_0$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  puis  $u_{99}$ .
2. (a) Exprimer, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n - 1$  en fonction de  $n$ .

(b) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}.$$

(c) En déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .

3. Soit  $a$  un nombre réel dans l'intervalle  $[1 ; 2]$ .

Recopier et compléter sur la copie le programme Python suivant pour qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $u_n \leq a$ , où  $a$  est un nombre de l'intervalle  $[1 ; 2]$ .

Def seuil(a) : n = 0 while (n+2) / (n+1) ... a : n = ... return ...