Algorithmie | Dérivation | Exponentielle | Géométrie repérée | Probabilités | Probabilités conditionnelles | Suites | Second degré | Variables aléatoires | Python | QCM

EXERCICE 1 — 5 POINTS

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

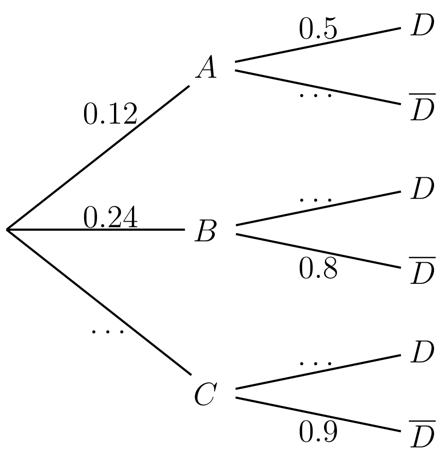
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte, ni ne retire de point.

1. L'arbre pondéré ci-dessous représente une situation où A, B, C et D sont des évènements d'une expérience aléatoire :



La probabilité de l'évènement D est égale à :

a. $0,06$ **b.** $0,8$ **c.** $0,5$ **d.** $0,172$.

2. L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $-2x^2 - 5x + 3 < 0$ est :

a. $\left]-3\ ;\ \dfrac{1}{2}\right[$ **b.** $]-\infty\ ;\ -3[\cup \left]\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$

c. $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[\cup]3\ ;\ +\infty[$ **d.** $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ 3\right[$.

3. On considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $2x - 8y + 1 = 0$.

Les coordonnées d'un vecteur normal à $\mathcal{D}$ sont :

a. $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix} -8 \\ 2 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

4. Dans un repère orthonormé, l'équation du cercle de centre $A(-2\ ;\ -4)$ et de rayon 2 est :

a. $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 16 = 0$ **b.** $x^2 + 4x + y^2 + 8y + 16 = 0$

c. $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 18 = 0$ **d.** $x^2 + 4x + y^2 + 8y + 18 = 0$.

5. On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel non nul n,

$$u_{n+1} = u_n + 2n - 3$$

a. $u_1 = 0$

b. (u_n) est arithmétique

c. $u_3 = -2$

d. (u_n) est décroissante.

EXERCICE 2 **5 POINTS**

Dans tout l'exercice, on notera $p(E)$ la probabilité d'un évènement E.

La répartition des 150 adhérents d'un club de sport est donnée dans le tableau ci-dessous :

Âge	15 ans	16 ans	17 ans	18 ans
Nombre de filles	17	39	22	10
Nombre de garçons	13	36	8	5
Total	30	75	30	15

On choisit un adhérent au hasard.

1. Quelle est la probabilité que l'adhérent choisi ait 17 ans ?
2. L'adhérent choisi a 18 ans. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

On note X la variable aléatoire donnant l'âge de l'adhérent choisi.

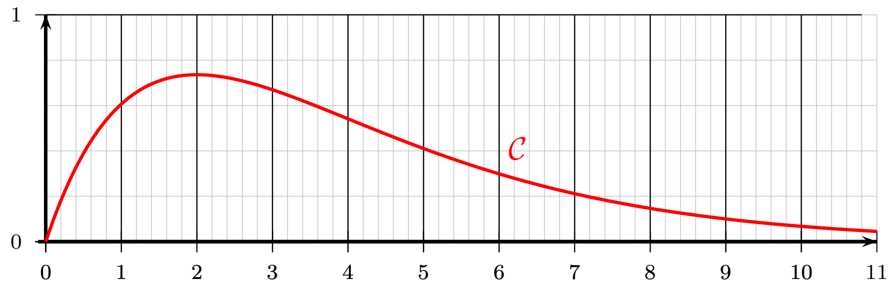
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. Calculer $p(X \geqslant 16)$ et interpréter le résultat.
5. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 **(5 points)**

La concentration d'un médicament dans le sang en mg.L^{-1} au cours du temps t, exprimé en heure, est modélisée par la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(t) = t\mathrm{e}^{-0{,}5t}$$

dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Calculer la valeur exacte de $f(4)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. On note f' la fonction dérivée de f. Montrer que pour tout $t \in [0\ ;\ +\infty[$,
$$f'(t) = (1 - 0,5t)\mathrm{e}^{-0,5t}$$
.
3. Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.
4. Déduire de la question précédente le tableau de variations de la fonction f sur $[0\ ;\ +\infty[$.
5. Quelle est la concentration maximale du médicament dans le sang ? On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

Un téléphone coûte 600 euros lors de son lancement. Tous les ans, le fabricant sort une nouvelle version de ce téléphone. Le prix de ce téléphone augmente de 3 % chaque année.

On note u_n le prix du téléphone en euros n années après son lancement. On a donc $u_0 = 600$.

1. Calculer u_1 et u_2. Interpréter les résultats.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n, pour tout entier naturel n et en déduire la nature de la suite (u_n). Préciser sa raison et son premier terme.
3. Exprimer, pour tout entier n, u_n en fonction de n.
4. Recopier et compléter sur la copie la fonction Python ci-dessous pour qu'elle détermine le nombre minimum d'années nécessaires afin que le prix du téléphone dépasse 1,000 euros.

```
def nombreAnnees():
n = 0
u = 600
while ...:
   n = ...
   u =...
return n
```

5. Quelle est la valeur de n renvoyée par cette fonction Python ?