Exercice 1 — 5 points

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes.

Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.

Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte, ni ne retire de point.

1. Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{4x}$ est égal à

   a. e^{6x} **b.** $\mathrm{e}^{2x}(1+\mathrm{e}^2)$ **c.** $\mathrm{e}^{3x}(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})$ **d.** e^{8x^2}.

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$, on considère les vecteurs $\vec{u}\,(-5\,;\,2)$ et $\vec{v}\,(4\,;\,10)$ et la droite (d) d'équation : $5x+2y+3=0$.

   a. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires **b.** $\vec{u}$ est un vecteur normal à la droite (d) **c.** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux **d.** $\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d) .

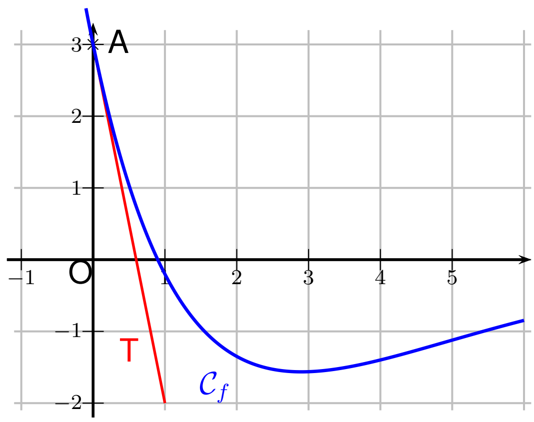
3. La dérivée f' de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-1)\mathrm{e}^{-x}$ est :

   a. $2x\mathrm{e}^{-x}$ **b.** $-2x\mathrm{e}^{-x}$ **c.** $(-2x+3)\mathrm{e}^{-x}$ **d.** $2\mathrm{e}^{-x}+(2x-1)\mathrm{e}^{-x}$.

4. Pour tout réel x, on a $\sin(\pi+x)=$

   a. $-\sin(x)$ **b.** $\cos(x)$ **c.** $\sin(x)$ **d.** $-\cos(x)$.

5. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre. La tangente à la courbe au point A est la droite T.



   a. $f'(0)=3$ **b.** $f'(0)=\frac{1}{5}$ **c.** $f'(0)=5$ **d.** $f'(0)=-5$.

Exercice 2 — 5 points

La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %. La ville A avait 4,600 habitants en 2010.

La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année. La ville B avait 5,100 habitants en 2010.

Pour tout entier n, on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année $2010+n$.

1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011.
2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.
4. Donner l'expression de v_n fonction de n, pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.
5. Reproduire et compléter sur la copie l'algorithme ci-dessous qui permet de déterminer au bout de combien d'années la population de la ville A dépasse celle de la ville B.

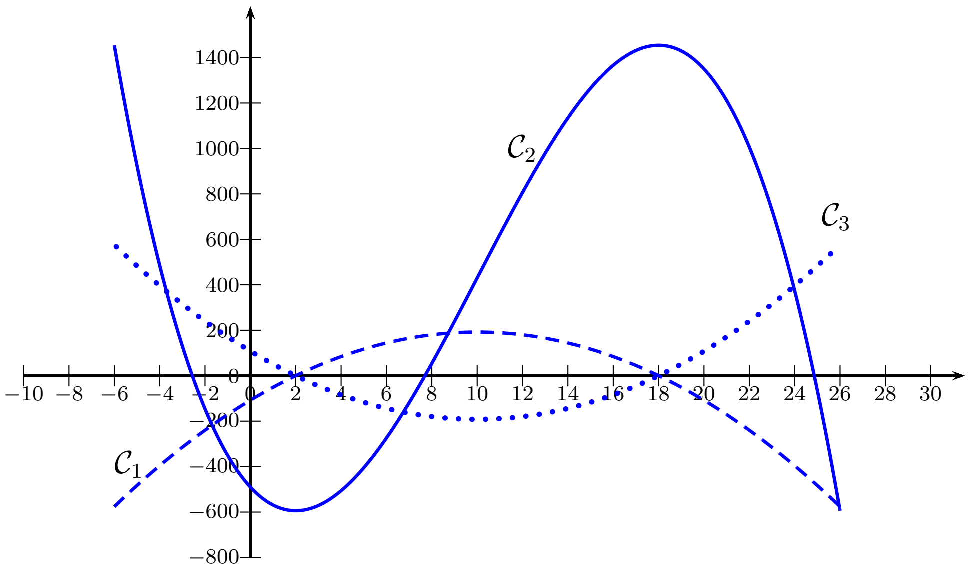
```
def année ():
   u =4600
   v =5100
   n =0
   while ... :
     u =...
     v =...
     n =...
return n
```

EXERCICE 3 **5 points**

Soit h la fonction définie sur $[-6\ ;\ 26]$ par :

$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

1. Soit h' la fonction dérivée de h. Exprimer $h'(x)$ en fonction de x.
2. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de h et $\mathcal{C}'$ celle de h'.
   (a) Identifier $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes $\mathcal{C}_1$,$\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ proposées.
   (b) Justifier le choix pour $\mathcal{C}'$.



3. Soit $(\mathcal{T})$ la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.

4. Étudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction h sur $[-6~;~26]$.

L'intervalle d'études a été changé car les graphiques ne correspondaient pas aux intervalles donnés $[0~;~26]$ *ou* $[0~;~30]$

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B. Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B l'autre quart. Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut. Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2 % des aiguilles du site A sont défectueuses ;
- 4 % des aiguilles du site B sont défectueuses.

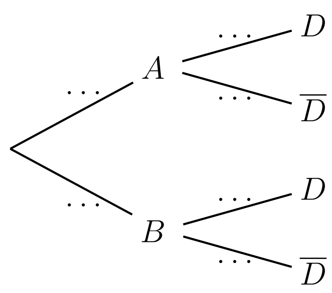
Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots.

On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les évènements suivants :

- A : l'aiguille provient du site A ;
- B : l'aiguille provient du site B ;
- D : l'aiguille présente un défaut.

L'évènement contraire de D est noté $\overline{D}$

1. D'après les données de l'énoncé, donner la valeur de la probabilité de l'évènement A que l'on notera $p(A)$.
2. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci-dessous en indiquant les probabilités sur les branches.



3. Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A ?
4. Montrer que $p(D) = 0,025$.
5. Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A ?