ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1 **5 points**

Ce QCM comprend 5 questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB}\binom{-4}{3}$ et $\overrightarrow{CB}\binom{-1}{5}$. Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}$ vaut :

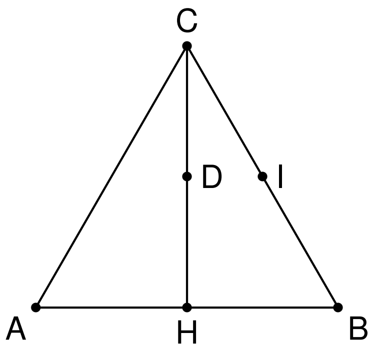
a. -23	**b.** -17	**c.** 19	**d.** 23

Question 2

Dans un repère orthonormé, on a $\overrightarrow{CB}\binom{-1}{5}$. Alors la longueur CB est égale à :

a. 24	**b.** $\sqrt{24}$	**c.** 26	**d.** $\sqrt{26}$

Question 3



ABC est un triangle équilatéral de côté 3.
I et H sont les milieux respectifs de [CB] et de [AB].
D est le projeté orthogonal de I sur (CH).

On a :

a. $\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HC}=0$	**b.** $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DI}=0$	**c.** $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AI}=0$	**d.** $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{DI}=0$

Question 4

Soit un réel x tel que $\cos(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. On a :

a. $\cos(-x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**b.** $\sin(-x)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**c.** $\sin(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	**d.** $\cos(-x)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Question 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On considère l'équation de cercle $x^2-2x+(y+3)^2=3$.
Son centre a pour coordonnées :

a. $(-1\ ;\ -3)$	**b.** $(1\ ;\ -3)$	**c.** $(-2\ ;\ 3)$	**d.** $(-2\ ;\ -3)$

Exercice 2 **5 points**

Au sein d'un lycée, parmi les élèves de première ayant choisi la spécialité mathématique, il y a 110 filles dont 5 ne poursuivent pas la spécialité en terminale et 90 garçons dont 8 ne poursuivent pas la spécialité.

On interroge au hasard un élève et on définit les évènements suivants :

- F l'évènement: L'élève interrogé est une fille ,
- G l'évènement: L'élève interrogé est un garçon ,
- S l'évènement: L'élève interrogé poursuit la spécialité .

On donnera les valeurs exactes pour chacune des questions.

1. Calculer $p(G)$, $p\left(G \cap \overline{S}\right)$ et $p\left(\overline{S}\right)$.
2. L'élève interrogé ne poursuit pas la spécialité. Calculer la probabilité que ce soit un garçon.
3. Les évènements G et S sont-ils indépendants ?

Exercice 3 **5 points**

Partie A

Soit la suite géométrique (u_n) de raison $0,999$ et de premier terme $u_0 = 82{,}695$.

1. Calculer u_{19}.
2. Calculer $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{19}$.

Partie B

La population d'un pays s'élevait à 82,695,000 habitants au premier janvier 2016.

Sans tenir compte des flux migratoires, on estime que la population baisse de 0,1 % chaque année.

Déterminer une estimation de l'effectif de la population de ce pays au premier janvier 2035.

Partie C

Dans cette partie, on tient compte des flux migratoires: on estime qu'en 2016, le solde migratoire (différence entre les entrées et les sorties du territoire) est positif et s'élève à 58,700 personnes.

De plus, on admet que la baisse de 0,1 % de la population ainsi que le solde migratoire restent constants chaque année suivant 2016.

On propose la fonction suivante écrite sous Python:

```
def population(N):
    p=82,695,000
    for I in range(1, N+1):
        p=0,999*p + 58,700
    return p
```

1. Si on saisit: population (2) , quelle valeur nous retourne cette fonction ?
2. Si on saisit: population (19) , la valeur arrondie à l'entier retournée par cette fonction est 82,243,175.

   Que représente ce nombre dans le contexte de la partie C ?

Exercice 4 **5 points**

On considère la fonction f définie sur $]-\infty\ ;\ 2[$ par :

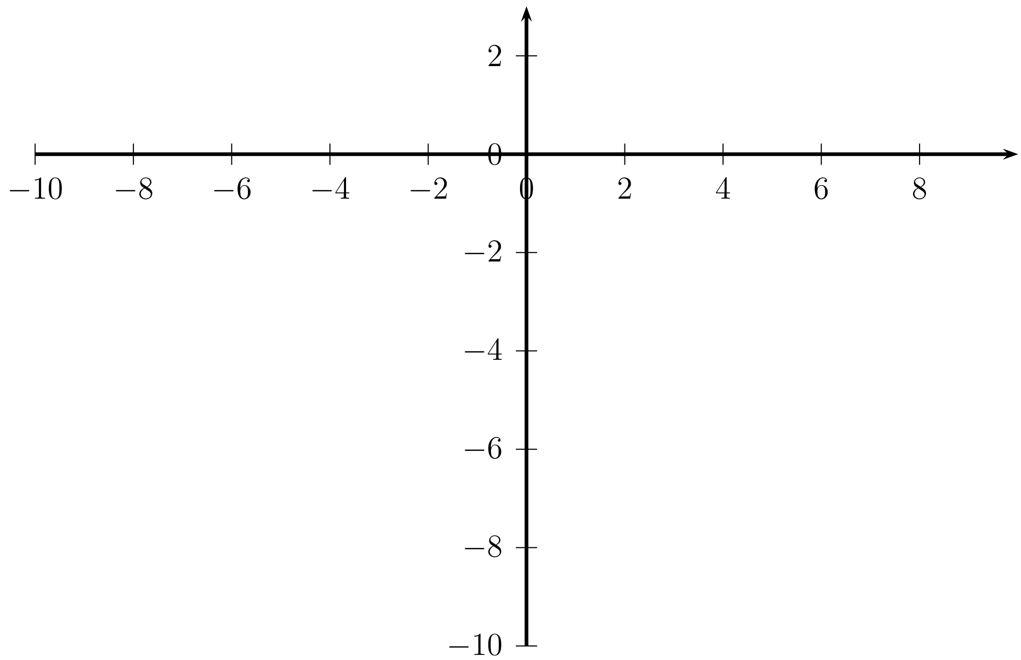
$$f(x)=\frac{x^2-4x+8}{x-2}.$$

On se place dans un repère orthonormé.

1. Résoudre $f(x)=0$.
2. On note f', la fonction dérivée de f.
   (a) Démontrer que pour tout réel x de $]-\infty\ ;\ 2[$:

   $$f'(x)=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}.$$

   (b) Déterminer les variations de la fonction f.
3. Déterminer une équation de la tangente D à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
4. Tracer la droite D et une esquisse de la courbe représentative de la fonction f dans le repère suivant.


2
0
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
−2
−4
−6
−8
−10