

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES - Première générale

Exercice 1

5 points

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^2 + 5x - 4$.

La tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2 a pour équation:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a. $y = 14x + 14$ | b. $y = 14x - 14$ | c. $y = 13x - 15$ | d. $y = 13x - 12$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

Question 2

On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé. On considère les points $A(4 ; 8)$, $B(9 ; 6)$ et $D(2 ; 11)$. Alors $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD}$ est égal à :

- | | | | |
|---------|---------|----------|---------|
| a. -1 | b. 11 | c. -31 | d. 29 |
|---------|---------|----------|---------|

Question 3

Dans un plan muni d'un repère orthonormé, on considère la droite D d'équation $3x - 4y + 5 = 0$. La droite parallèle à D et passant par $A(4 ; 8)$ a pour équation :

- | | | | |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| a. $4x + 3y - 40 = 0$ | b. $3x - 4y - 5 = 0$ | c. $3x - 4y + 20 = 0$ | d. $4x + 3y + 6 = 0$ |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|

Question 4

Soit (u_n) la suite géométrique de raison $q = -1,2$ et de terme initial $u_0 = 10$.

Alors :

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|
| a. $0 < u_{3,000} < 1,000$ | b. $u_{3,000} = -3,590$ | c. $u_{3,000} > 1,000$ | d. $u_{3,000} = -36,000$ |
|----------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|

Question 5

Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 4v_n + 2$ pour tout entier n .

On veut déterminer la plus petite valeur de n telle que v_n est supérieur ou égal à 100,000. On réalise pour cela le programme incomplet ci-dessous écrit en langage Python :

```
def algo( ) :
    V = 1
    n = 0
    while .....:
        n = n + 1
        V = 4 * V + 2
    return(n)
```

Pour que le programme retourne la valeur demandée, il faut compléter la partie en pointillé par:

- a.** $V == 100,000$ **b.** $V! = 100,000$ **c.** $V > 100,000$ **d.** $V < 100,000$

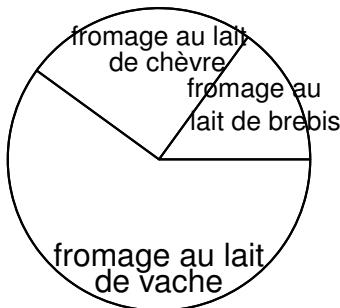
Exercice 2

5 points

Un fromager fait l'inventaire des produits qu'il a en cave.

Le graphique ci-dessous indique la répartition de ses trois types de fromages : au lait de chèvre, au lait de vache ou au lait de brebis.

Répartition des types de fromage



Chacun de ses trois types de fromages se partage en deux catégories: frais ou affiné. Le tableau suivant donne la répartition des fromages de chaque catégorie suivant leur affinage:

	frais	affiné
Lait de vache	20 %	80 %
Lait de chèvre	40 %	60 %
Lait de brebis	70 %	30 %

Le fromager prend un fromage au hasard. On note les évènements suivants :

- V : le fromage est fait avec du lait de vache ;
- C : le fromage est fait avec du lait de chèvre ;
- B : le fromage est fait avec du lait de brebis ;
- F : le fromage est frais ;
- A : le fromage est affiné .

1. Donner les probabilités $P_C(A)$ et $P(B)$.
2. Démontrer que $P(A) = 0,675$.
3. Le fromager prend au hasard un fromage affiné. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un fromage au lait de vache? On donnera le résultat à 10^{-3} près.

Exercice 3

5 points

Partie A

Étudier sur \mathbb{R} le signe de $P(x) = -10x^2 - 40x + 120$.

Partie B

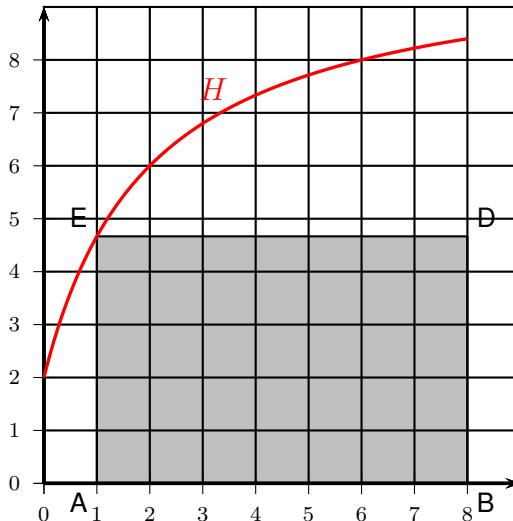
On se place dans un plan muni d'un repère orthonormé. La courbe H représentée sur le graphique ci-dessous est l'ensemble des points de l'hyperbole d'équation:

$$y = \frac{10x + 4}{x + 2}$$

avec x appartenant à l'intervalle $[0 ; 8]$.

Pour toute abscisse x dans l'intervalle $[0 ; 8]$, on construit le rectangle ABDE comme indiqué sur la figure. On donne les informations suivantes :

- A et B sont sur l'axe des abscisses;
- A est d'abscisse x ;
- B et D ont pour abscisse 8 ;
- E appartient à la courbe H ;
- D et E ont la même ordonnée.



L'objectif de ce problème est de déterminer la ou les valeurs éventuelles x de l'intervalle $[0 ; 8]$ correspondant à un rectangle ABDE d'aire maximale.

1. Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque $x = 0$.
2. Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque $x = 4$.

On définit la fonction f qui à tout réel x de $[0 ; 8]$, associe l'aire du rectangle ABDE. On admet que:

$$f(x) = \frac{-10x^2 + 76x + 32}{x + 2}.$$

3. Répondre au problème posé.

Exercice 4

5 points

On applique une tension sinusoïdale u aux bornes d'un circuit électrique comportant en série une résistance et une diode idéale.

Le temps t est exprimé en seconde.

La tension est donnée par la fonction u définie pour tout réel $t \geq 0$ par:

$$u(t) = \sqrt{3} \sin \left(100\pi t + \frac{\pi}{3} \right).$$

La diode est non passante si $u(t) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ et elle est passante si $u(t) > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

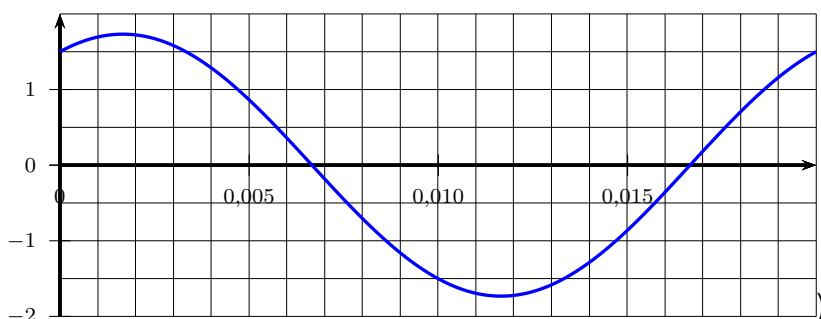
1. La diode est-elle passante à l'instant $t = 0$?

2. Calculer $u\left(\frac{1}{100}\right)$. Interpréter le résultat.

3. On admet que $u\left(t + \frac{2}{100}\right) = u(t)$ pour tout $t \geq 0$.

En déduire une propriété de la fonction u .

4. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction u sur l'intervalle $[0 ; 0,02]$:



On cherche à savoir au bout de combien de temps la diode devient non passante pour la première fois.

(a) Conjecturer la solution du problème à l'aide du graphique.

(b) Calculer $u(0,005)$ et conclure.