

Exercice 1

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) comportant cinq questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Soit a , b et c trois réels tels que $a \neq 0$ et soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par:

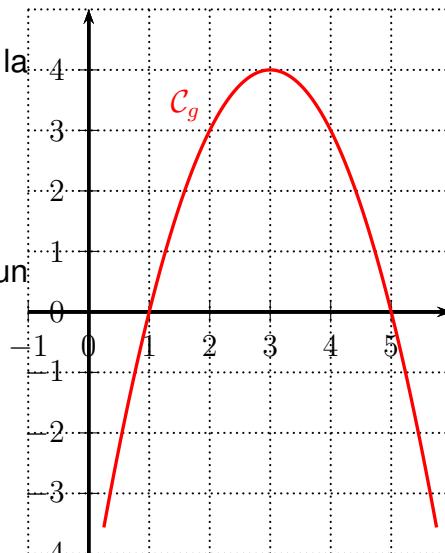
$$g(x) = ax^2 + bx + c.$$

Soit Δ son discriminant.

La représentation graphique de la fonction g dans un repère orthonormé est donnée ci-contre.

Alors on peut affirmer que:

- a. $a > 0$ et $\Delta > 0$
- b. $a > 0$ et $\Delta < 0$
- c. $a < 0$ et $\Delta > 0$
- d. $a < 0$ et $\Delta < 0$



Question 2

On considère la fonction f dont la fonction dérivée est la fonction g considérée dans la question 1.

Le tableau des variations de f est :

a.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Variations de f	↗	↘	

b.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Variations de f	↘		↗

c.

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
Variations de f	↘	↗	↘	

d.

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
Variations de f	↗	↘	↗	

Question 3

On considère à nouveau la fonction f dont la fonction dérivée est la fonction g considérée dans la question 1. On sait de plus que $f(3) = 7$.

La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3 a pour équation réduite:

- | | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a. $-2x + 3y + 11 = 0$ | b. $3x - 2y - 9 = 0$ | c. $x - 3y - 10 = 0$ | d. $3x + 2y + 3 = 0$ |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

Question 4

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(5 ; -1)$, $B(3 ; 2)$ et $C(1 ; -3)$.

Une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à (AB) et passant par C est :

- | | | | |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a. $-2x + 3y + 11 = 0$ | b. $3x - 2y - 9 = 0$ | c. $x - 3y - 10 = 0$ | d. $3x + 2y + 3 = 0$ |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

Le vecteur $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est normal à tout vecteur directeur de la droite perpendiculaire. Une équation de cette droite est donc :

$3x + 2y + c = 0$ et comme le couple $(1 ; -3)$ vérifie cette équation on a $3 - 6 = c = 0 \iff c = 3$.
On a finalement $3x + 2y + 3 = 0$.

Question 5

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(5 ; -1)$, $B(3 ; 2)$ et $C(1 ; -3)$.

Une mesure, arrondie au degré, de l'angle \widehat{ABC} , est:

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a. 11 | b. 25 | c. 55 | d. 88 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

Exercice 2

5 points

En 2000, la production mondiale de plastique était de 187 millions de tonnes. On suppose que depuis 2000, cette production augmente de 3,7 % chaque année.

On modélise la production mondiale de plastique, en millions de tonnes, produite en l'année $2000 + n$ par la suite de terme général u_n où n désigne le nombre d'années à partir de l'an 2000.

Ainsi, $u_0 = 187$.

- Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .
- Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .
- Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.
- Des études montrent que 20 % de la quantité totale de plastique se retrouve dans les océans, et que 70 % de ces déchets finissent par couler.

Montrer que la quantité totale, arrondie au million de tonnes, de déchets flottants sur l'océan dus à la production de plastique de 2000 à 2019 compris est de 324 millions de tonnes.

Exercice 3

5 points

Un cafetier propose à ses clients des cookies au chocolat ou aux noisettes en s'approvisionnant dans trois boulangeries. Un client prend un cookie au hasard.

On note:

C l'évènement le cookie est au chocolat ,

N l'évènement le cookie est aux noisettes ,

B_1 l'évènement le cookie provient de la boulangerie 1 ,

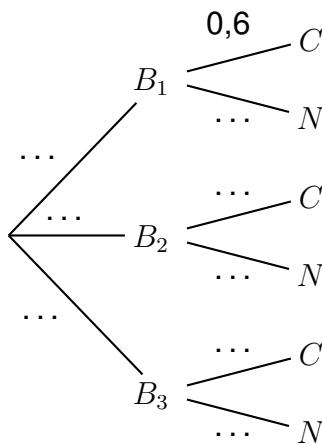
B_2 l'évènement le cookie provient de la boulangerie 2 ,

B_3 l'évènement le cookie provient de la boulangerie 3 .

On suppose que :

- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 1 est de 0,49 ;
- la probabilité que le cookie provienne de la boulangerie 2 est de 0,36 ;
- $P_{B_2}(C) = 0,4$ où $P_{B_2}(C)$ est la probabilité conditionnelle de C sachant B_2 ;
- la probabilité que le cookie soit aux noisettes sachant qu'il provient de la troisième boulangerie est de 0,3.

L'arbre pondéré ci-dessous correspond à la situation et donne une information supplémentaire : le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C .



1. Exprimer par une phrase l'information donnée par le nombre 0,6 sur la branche de B_1 à C .
2. Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessus.
3. Définir par une phrase l'évènement $B_1 \cap C$ et calculer sa probabilité.
4. Montrer la probabilité $P(C)$ d'avoir un cookie au chocolat est égale à 0,543.
5. Calculer la probabilité d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 sachant qu'il est au chocolat. On donnera le résultat arrondi au millième.

Exercice 4

5 points

1. Étudier le signe de la fonction P définie sur \mathbb{R} par $P(x) = x^2 + 4x + 3$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-2 ; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$$

et on note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-2 ; +\infty[$.

2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]-2 ; +\infty[$,

$$f'(x) = \frac{P(x)}{(x + 2)^2}$$

où f' est la fonction dérivée de f .

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]-2 ; +\infty[$ et construire le tableau de variations de la fonction f sur $]-2 ; +\infty[$.
4. Donner le minimum de la fonction f sur $]-2 ; +\infty[$ et la valeur pour laquelle il est atteint (on donnera les valeurs exactes).
5. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 2.