

EXERCICE 1

(5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Relevez sur votre copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.

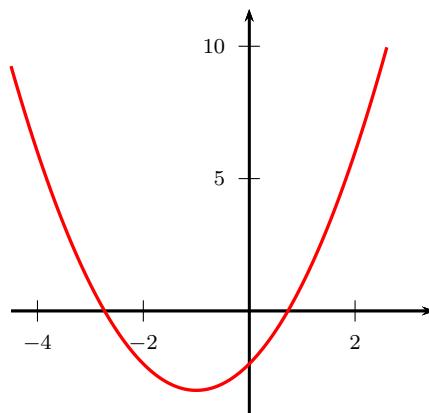
Aucune justification n'est demandée.

Question 1

On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des nombres réels.

Δ désigne la quantité $b^2 - 4ac$.

Parmi les affirmations suivantes, laquelle est cohérente avec la représentation graphique, ci-contre, de cette fonction ?



- a. $a > 0$ et $\Delta > 0$ b. $a < 0$ et $\Delta < 0$ c. $a > 0$ et $\Delta < 0$ d. $a < 0$ et $\Delta > 0$.

Question 2

Lors d'un jeu, on mise 1 euro et on tire une carte au hasard parmi 30 cartes numérotées de 1 à 30.

On gagne 3 euros si le nombre porté sur la carte est premier, sinon, on ne gagne rien.

On détermine le gain algébrique en déduisant le montant de la mise de celui du gain.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le gain algébrique.

Que vaut l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X ?

- a. $\frac{1}{3}$ b. $\frac{1}{10}$ c. 0 d. $\frac{2}{3}$.

Question 3

Quelle est la valeur exacte de $\frac{e^6 \times e^3}{e^2}$?

- a. e^{11} b. e^9 c. e^7 d. e^{-7} .

Question 4

On considère la suite arithmétique (u_n) de raison -5 et telle que $u_1 = 2$. Quelle est, pour tout entier naturel n , l'expression du terme général u_n de cette suite ?

- a. $u_n = 2 - 5n$ b. $u_n = -5 + 2n$ c. $u_n = 7 - 5n$ d. $u_n = 2 \times (-5)^n$.

Question 5

Les équations cartésiennes ci-dessous sont celles de droites données du plan. Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à l'une de ces droites.

Quelle est l'équation de cette droite ?

- a. $2x + y + 5 = 0$ b. $x + 2y + 3 = 0$ c. $-x + 0,5y + 2 = 0$ d. $-4x + 8y = 0$.

EXERCICE 2

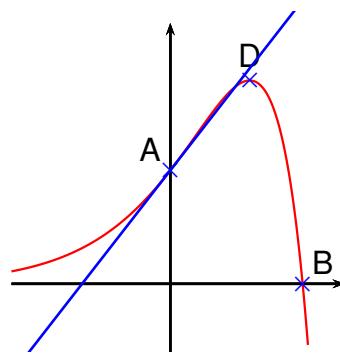
5 POINTS

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (5 - 2x)e^x.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f . Sur la figure ci-contre, on a tracé la courbe \mathcal{C} dans un repère orthogonal où les unités ont été effacées. A est le point d'intersection de \mathcal{C} avec l'axe des ordonnées et B le point d'intersection de \mathcal{C} avec l'axe des abscisses.

D est le point de \mathcal{C} dont l'ordonnée est le maximum de la fonction f sur \mathbb{R} .



1. Calculer les coordonnées des points A et B.

2. Soit f' la fonction dérivée de f sur \mathbb{R} . Montrer que, pour tout réel x ,

$$f'(x) = (3 - 2x)e^x.$$

3. Étudier le sens de variation de la fonction f .

4. En déduire que le point D admet comme coordonnées $(1,5 ; 2e^{1,5})$.

5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point A, puis vérifier, à l'aide de l'équation obtenue, que le point D n'appartient pas à cette tangente.

EXERCICE 3

5 POINTS

On injecte dans le sang d'un malade 2cm^3 d'un médicament. On admet que le processus d'élimination du médicament peut être modélisé par une suite (U_n) , dont le terme général U_n représente le volume en cm^3 de médicament présent dans le sang au bout de n heures, n étant un entier naturel. Dans ce modèle, on considère que le volume de médicament contenu dans le sang diminue de 8 % chaque heure.

- Vérifier que $U_1 = 1,84$ et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- (a) Pour tout entier naturel n , exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
 (b) En déduire la nature de la suite (U_n) . Préciser sa raison et son premier terme.
- Pour que le médicament soit actif, le volume de médicament présent dans le sang du malade doit rester supérieur à un certain seuil S ; ce seuil dépend du malade.

- (a) À l'aide d'une fonction écrite en langage Python, on se propose de déterminer, en fonction de S , le nombre maximal d'heures durant lesquelles le médicament reste actif. Compléter le programme suivant, écrit en Python.

```
def volMedicament(S) :
    u=2
    n=0
    while u > S :
        u = u*...
        n = n+1
    return n
```

- (b) On s'intéresse au cas d'un malade pour qui ce seuil est estimé à $S = 1.5 \text{ cm}^3$. Que doit-on saisir pour exécuter la fonction volMedicament afin qu'elle renvoie le nombre maximal d'heures durant lesquelles le médicament reste actif chez ce malade ? Quel est alors ce nombre d'heures ?

EXERCICE 4

5 POINTS

Une culture de pois comporte des pois de couleur jaune ou vert et de forme lisse ou ridé. Le tableau ci-dessous est partiellement renseigné à partir des observations effectuées sur un grand nombre de pois de cette culture.

	Nombre de pois jaunes	Nombre de pois verts	Total
Nombre de pois ridés	100	?	600
Nombre de pois lisses	?	?	?
Total	300	?	10,000

1. Compléter le tableau suivant.

	Nombre de pois jaunes	Nombre de pois verts	Total
Nombre de pois ridés	100		600
Nombre de pois lisses			
Total	300		10,000

On choisit au hasard un pois de la culture et on s'intéresse aux évènements suivants :

- J : le pois est jaune ;
- R : le pois est ridé .

L'échantillon étudié est suffisamment important pour être considéré comme représentatif de l'ensemble de la culture de pois.

2. Quelle est la probabilité que le pois soit vert et lisse ?
3. Calculer la probabilité que le pois soit vert.
4. Calculer la probabilité qu'un pois soit jaune sachant qu'il est ridé, et en déduire la probabilité qu'un pois soit vert sachant qu'il est ridé.
5. Calculer $P_J(R)$ et en donner une interprétation dans le contexte de l'énoncé.