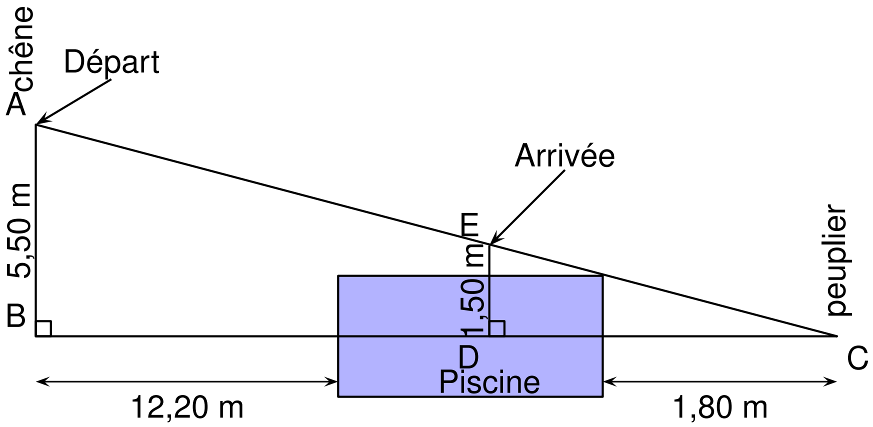
Lya passe la journée dans un parc aquatique.
Elle y trouve une cabane dans un chêne d'où part une tyrolienne qui mène au-dessus d'une piscine.
Le câble de la tyrolienne relie la cabane et le pied du peuplier situé juste derrière la piscine.

Document 1 : schéma de la situation



Document 2 : La réglementation exige que l'angle formé par le câble de la tyrolienne et l'horizontale ait une mesure inférieure à 30.

Document 3 : La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur $1,60$ m.

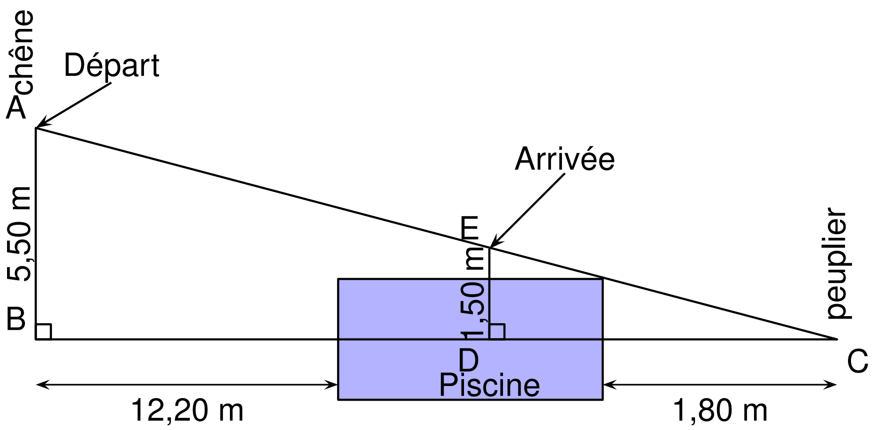
Document 4 : Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement $1,50$ m.

1. Vérifier par un calcul que BC $= 20$ m.
2. Le positionnement de la tyrolienne est-il conforme à la réglementation en vigueur ?
3. Déterminer la longueur AC, en mètres, de câble nécessaire. Arrondir à l'unité.
4. Lya est suspendue à la tyrolienne verticalement. À quelle distance DC du peuplier, en mètres, les pieds de Lya toucheront-ils l'eau de la piscine ? Arrondir au centième.
5. Calculer le volume de la piscine, en m^3 ?

   Rappel: Le volume d'un parallélépipède rectangle est $V =$ Longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur.

Correction

Document 1 : schéma de la situation



Document 2 : La réglementation exige que l'angle formé par le câble de la tyrolienne et l'horizontale ait une mesure inférieure à 30.

Document 3 : La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur $1,60$ m.

Document 4 : Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement $1,50$ m.

1. La piscine a une longueur de 6 m, donc BC $= 12,20 + 6 + 1,80 = 20$ (m).
2. Le triangle ABC est rectangle en B, donc $\tan \widehat{\text{BCA}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}} = \dfrac{5,5}{20} = 0,275$.

   La calculatrice donne $\widehat{\text{BCA}} \approx 15,37$. C'est une mesure inférieure à 30 : la tyrolienne est réglementaire.
3. Dans le triane ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :

   $\text{AB}^2 + \text{BC}^2 = \text{AC}^2 = 5,5^2 + 20^2 = 30,25 + 400 = 430,25$.

   Donc AC $= \sqrt{430,25} \approx 20,7$ soit 21 m à l'unité près.

4. Les droites (AB) et (ED) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (BC) : elles sont donc parallèles ; le théorème de Thalès donne en particulier :
$\frac{\text{ED}}{\text{AB}} = \frac{\text{DC}}{\text{BC}}$ soit $\frac{1,5}{5,5} = \frac{\text{DC}}{20}$; d'où en multipliant par 20 chaque membre :
$\text{DC} = \frac{15}{55} \times 20 = \frac{3}{11} \times 20 = \frac{60}{11} \approx 5,454$, soit 5,45 (m) au centième près.
5. $V_{\text{piscine}} = 6 \times 6 \times 1,6 = 36 \times 1,6 = 57,6\ (\text{m}^3)$.