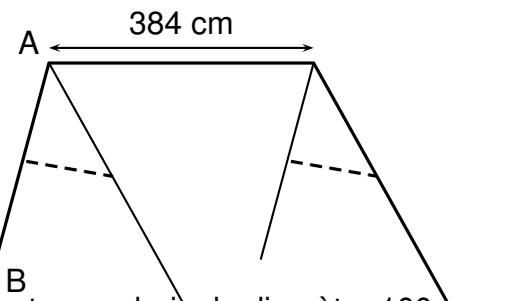


Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



Poutres en bois de diamètre 100 mm :

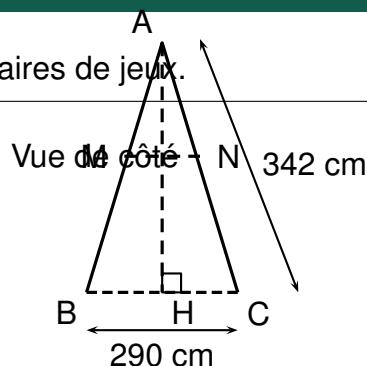
- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité ;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité ;

Barres de maintien de la structure latérales en bois.

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;

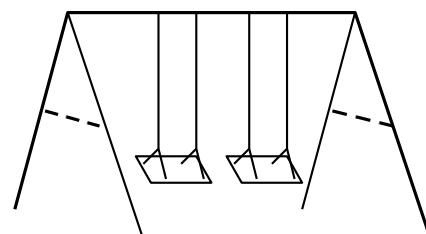
Document 2 : coût du matériel

- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



ABC est un triangle isocèle en A.

H est le milieu de [BC]
 (MN) est parallèle à (BC).



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique: 80 €.

Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

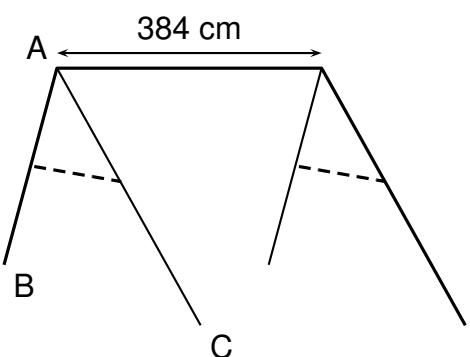
1. Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.
2. Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet (AN = 165 cm). Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.
3. Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.
4. L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.
5. Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 45 et 55.
 Ce portique respecte-t-il cette condition ?

Correction

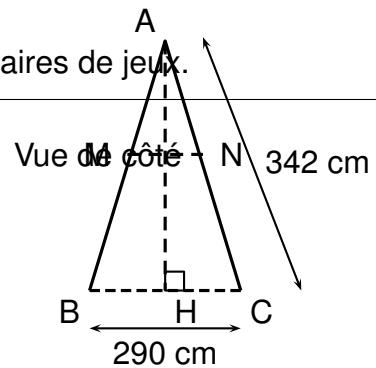
Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

Document 1 : croquis d'un portique

Vue d'ensemble



— : poutres en bois de diamètre 100 mm
 - - - : barres de maintien latérales en bois.



ABC est un triangle isocèle en A.
 H est le milieu de [BC]
 (MN) est parallèle à (BC).

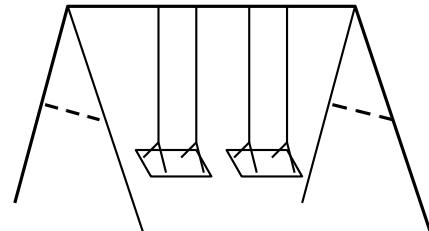
- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité ;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois:

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;

Document 2 : coût du matériel

- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.



Ensemble des fixations nécessaires pour un portique: 80 €.

Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

1. Dans le triangle ABC isocèle en A, la hauteur (AH) est aussi la médiane, donc $BH = HC = \frac{290}{2} = 145$.

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle ACH rectangle en H s'écrit :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2, \text{ soit } 342^2 = AH^2 + 145^2.$$

$$\text{Donc } AH^2 = 342^2 - 145^2 = (342 + 145) \times (342 - 145) = 487 \times 197 = 95,939.$$

Conclusion $AH = \sqrt{95,939} \approx 309,74$, soit 310 cm au centimètre près.

2. On a avec (MN) parallèle à (BC) une situation de Thalès. On peut donc écrire :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \text{ ou } \frac{165}{342} = \frac{MN}{290}. \text{ On en déduit en multipliant chaque membre par 290 :}$$

$$MN = 290 \times \frac{165}{342} = \frac{290 \times 165}{342} = \frac{2 \times 145 \times 3 \times 55}{2 \times 3 \times 57} = \frac{145 \times 55}{57} \approx 139,9 \text{ soit environ 140 cm au centimètre près.}$$

3. Il faut :

- pour la poutre principale 1 poutre de 4 m ;
- pour les pieds 4 poutres de 3,5 m ;
- pour le maintien 2 barres de 1,5 m, soit :

$12,99 + 4 \times 11,75 + 2 \times 3,89 = 12,99 + 47 + 7,68 = 66,67$ (€), plus les fixations et les deux balançoires, soit :

$66,67 + 80 + 50 = 197,67$ (€). Ce n'est pas le coût minimal car, pour les barres de maintien au lieu de prendre 2 barres de 1,5 m à 3,89 €, on peut en prendre une de 3 m à 6,99 € et la couper en deux.

Le coût est alors :

$$12,99 + 4 \times 11,75 + 6,99 + 80 + 50 = 196,98 \text{ (euro).}$$

4. Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,2$.

Le prix de vente sera donc : $196,98 \times 1,2 = 236,376 \approx 236,38$ (€).

5. Dans le triangle rectangle en H, AHC, on a :

$$\sin \widehat{HAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{145}{342} \approx 0.423,977.$$

Avec la touche $\boxed{\sin^{-1}}$, on obtient $\widehat{HAC} \approx 25.085,9$.

Le triangle BAC étant isocèle en A, on a donc $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{HAC} \approx 50,17$, donc le portique respecte la condition de sécurité.