

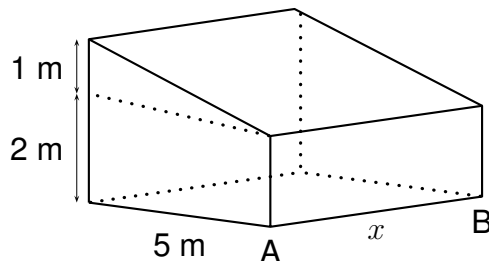
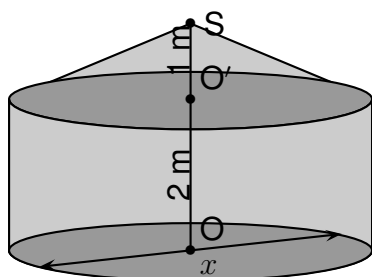
Nolan souhaite construire une habitation.

Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.

La case est représentée par un cylindre droit d'axe  $(OO')$  surmontée d'un cône de révolution de sommet  $S$ .

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

$x$  représente à la fois le diamètre de la case et la longueur  $AB$  du prisme droit.

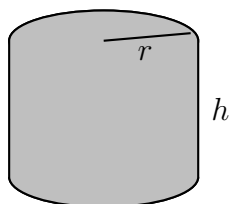


### Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que  $x = 6$  m.

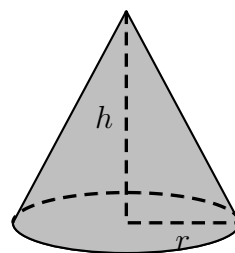
1. Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est  $18\pi$  m<sup>3</sup>.
2. Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
3. En déduire que le volume total de la case est environ 66 m<sup>3</sup>.

**Rappels :** Cylindre rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$



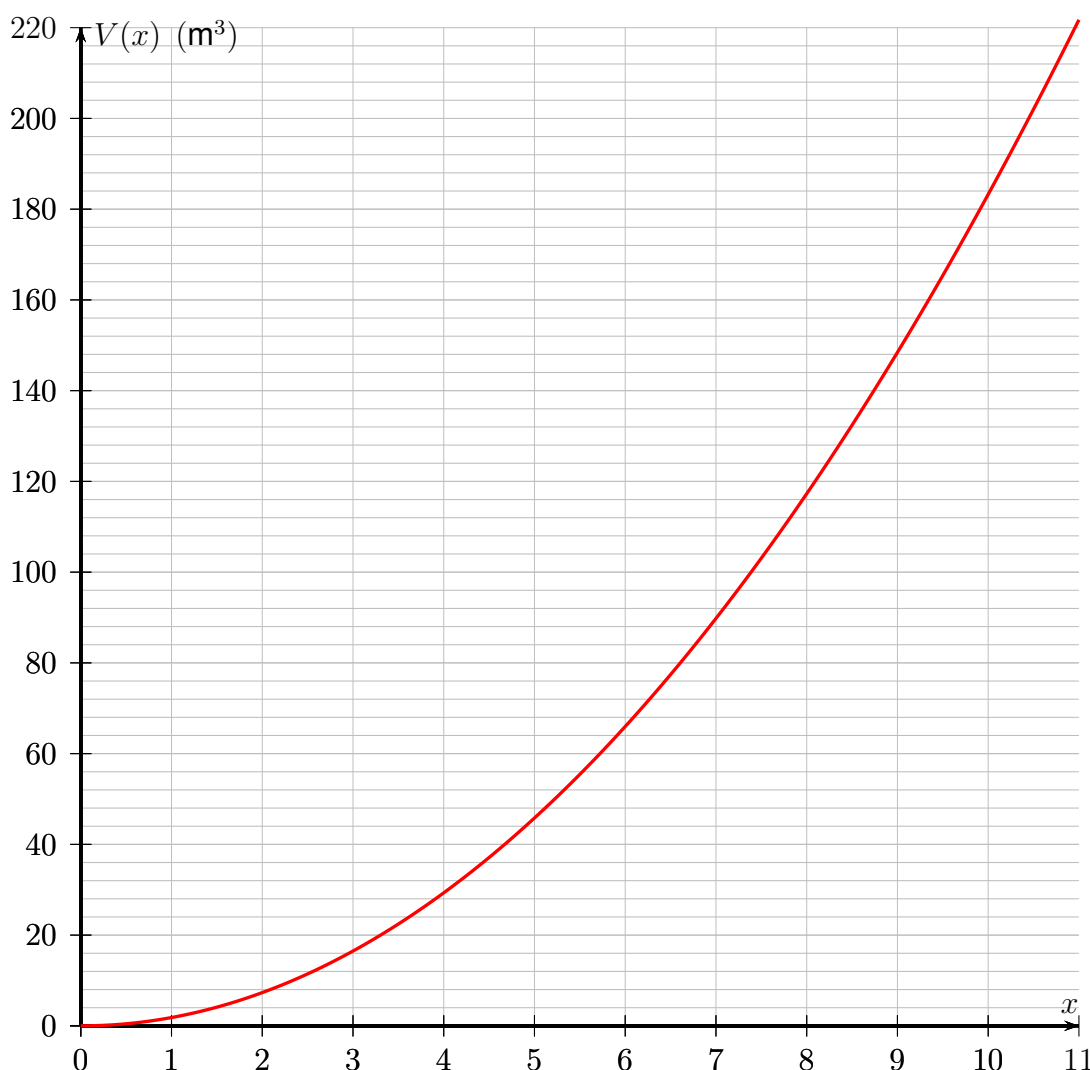
$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

### Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m<sup>3</sup>.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre  $x$ .

**Volume de la case en fonction de  $x$**



1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.  
Tracer des pointillés permettant la lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par

$$V(x) = 12,5x.$$

2. Calculer l'image de 8 par la fonction  $V$ .
3. Quelle est la nature de la fonction  $V$  ?
4. Sur le graphique ci-dessus, tracer la représentation graphique de la fonction  $V$ .

Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de  $x$  est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.

## Correction

### Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que  $x = 6$  m.

1. Le diamètre a une longueur de 6 m. Donc avec  $r = 3$ , le volume du cylindre est égal à :

$$\pi \times 3^2 \times 2 = 18\pi \text{ m}^3.$$

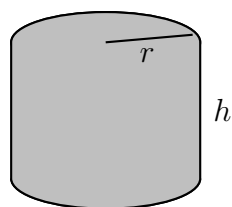
2. Le volume de la partie conique est égale à :

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \text{ m}^3, \text{ soit } \approx 9,42 \text{ ou } 9 \text{ m}^3 \text{ à l'unité près.}$$

3. Le volume de la case est donc égal à :

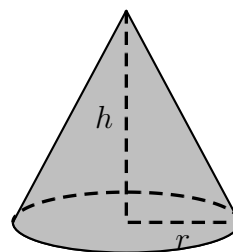
$$18\pi + 3\pi = 21\pi \approx 65,97, \text{ soit } \approx 66 \text{ m}^3 \text{ à l'unité près.}$$

**Rappels :** Cylindre rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base  $r$  et de hauteur  $h$



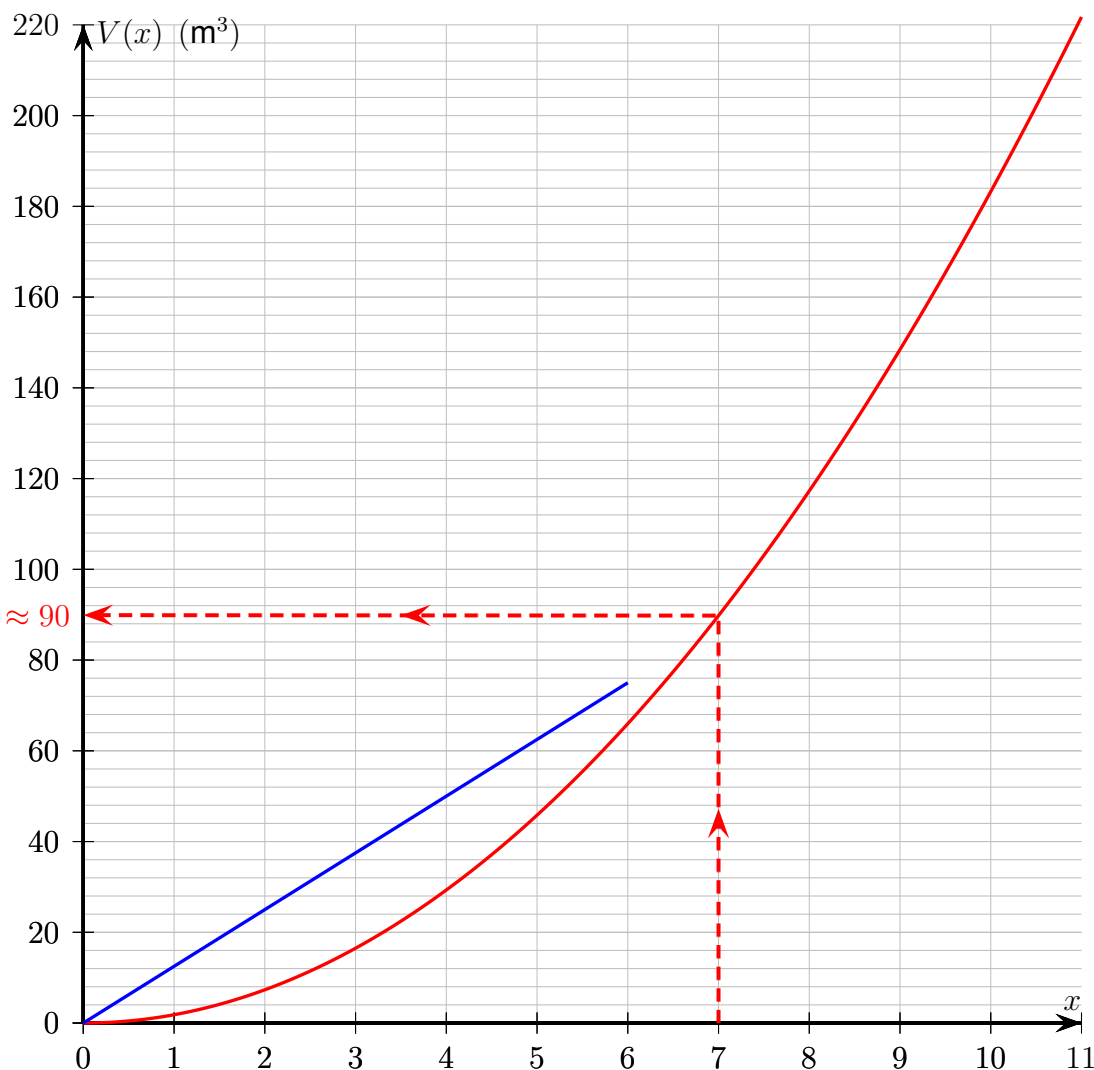
$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

### Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en  $\text{m}^3$ .

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre  $x$ .

Volume de la case en fonction de  $x$



1. On lit sur le graphique ci-dessus  $V(7) \approx 90 \text{ m}^3$ .

$$V(x) = 12,5x.$$

2. On a  $V(8) = 12,5 \times 8 = 100 \text{ m}^3$ .

3. La fonction  $V$  est une fonction linéaire.

4. La représentation graphique de la fonction linéaire  $V$  est une droite contenant l'origine.

5. • Le plus grand volume de la maison est donc  $V(6) = 12,5 \times 6 = 75 \text{ m}^3$ .

• Le plus grand volume de la case est donc  $V(6) \approx 66 \text{ m}^3$ .

Nolan choisira donc la maison.