

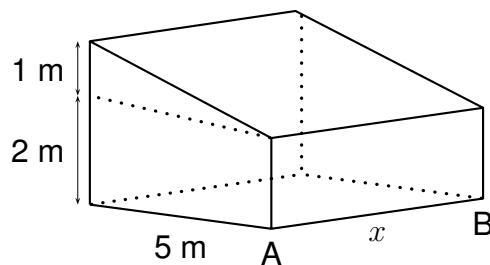
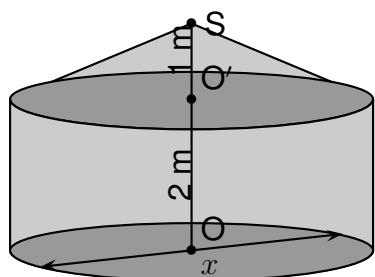
Nolan souhaite construire une habitation.

Il hésite entre une **case** et une **maison** en forme de prisme droit.

La case est représentée par un cylindre droit d'axe (OO') surmontée d'un cône de révolution de sommet S.

Les dimensions sont données sur les figures suivantes.

x représente à la fois le diamètre de la case et la longueur AB du prisme droit.

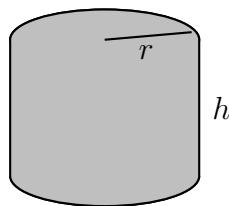


Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6 \text{ m}$.

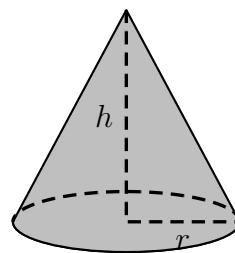
- Montrer que le volume exact de la partie cylindrique de la case est $18\pi \text{ m}^3$.
- Calculer le volume de la partie conique. Arrondir à l'unité.
- En déduire que le volume total de la case est environ 66 m^3 .

Rappels : Cylindre rayon de base r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base r et de hauteur h



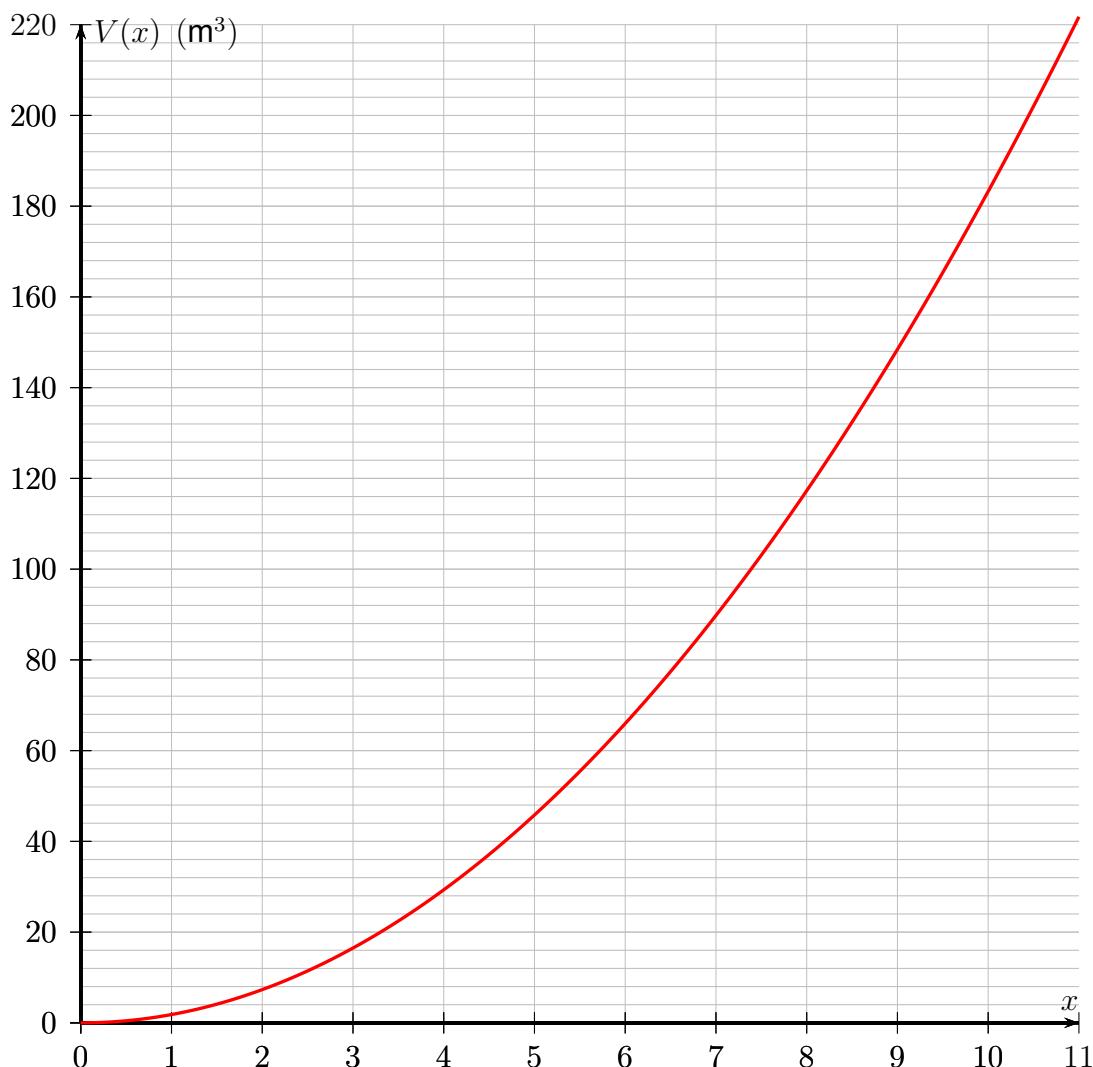
$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3 .

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x .

Volume de la case en fonction de x



1. Par lecture graphique, donner une valeur approchée du volume d'une case de 7 m de diamètre.

Tracer des pointillés permettant la lecture.

La fonction qui donne le volume de la maison en forme de prisme droit est définie par

$$V(x) = 12,5x.$$

2. Calculer l'image de 8 par la fonction V .
3. Quelle est la nature de la fonction V ?
4. Sur le graphique ci-dessus, tracer la représentation graphique de la fonction V .

Pour des raisons pratiques, la valeur maximale de x est de 6 m. Nolan souhaite choisir la construction qui lui offre le plus grand volume.

5. Quelle construction devra-t-il choisir ? Justifier.

Correction

Partie 1 :

Dans cette partie, on considère que $x = 6$ m.

- Le diamètre a une longueur de 6 m. Donc avec $r = 3$, le volume du cylindre est égal à :

$$\pi \times 3^2 \times 2 = 18\pi \text{ m}^3.$$

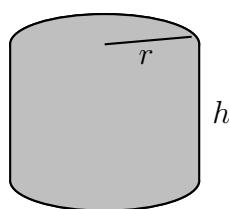
- Le volume de la partie conique est égale à :

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \text{ m}^3, \text{ soit } \approx 9,42 \text{ ou } 9 \text{ m}^3 \text{ à l'unité près.}$$

- Le volume de la case est donc égal à :

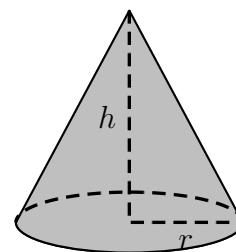
$$18\pi + 3\pi = 21\pi \approx 65,97, \text{ soit } \approx 66 \text{ m}^3 \text{ à l'unité près.}$$

Rappels : Cylindre rayon de base r et de hauteur h



$$\text{Volume} = \pi \times r^2 \times h$$

Cône rayon de base r et de hauteur h

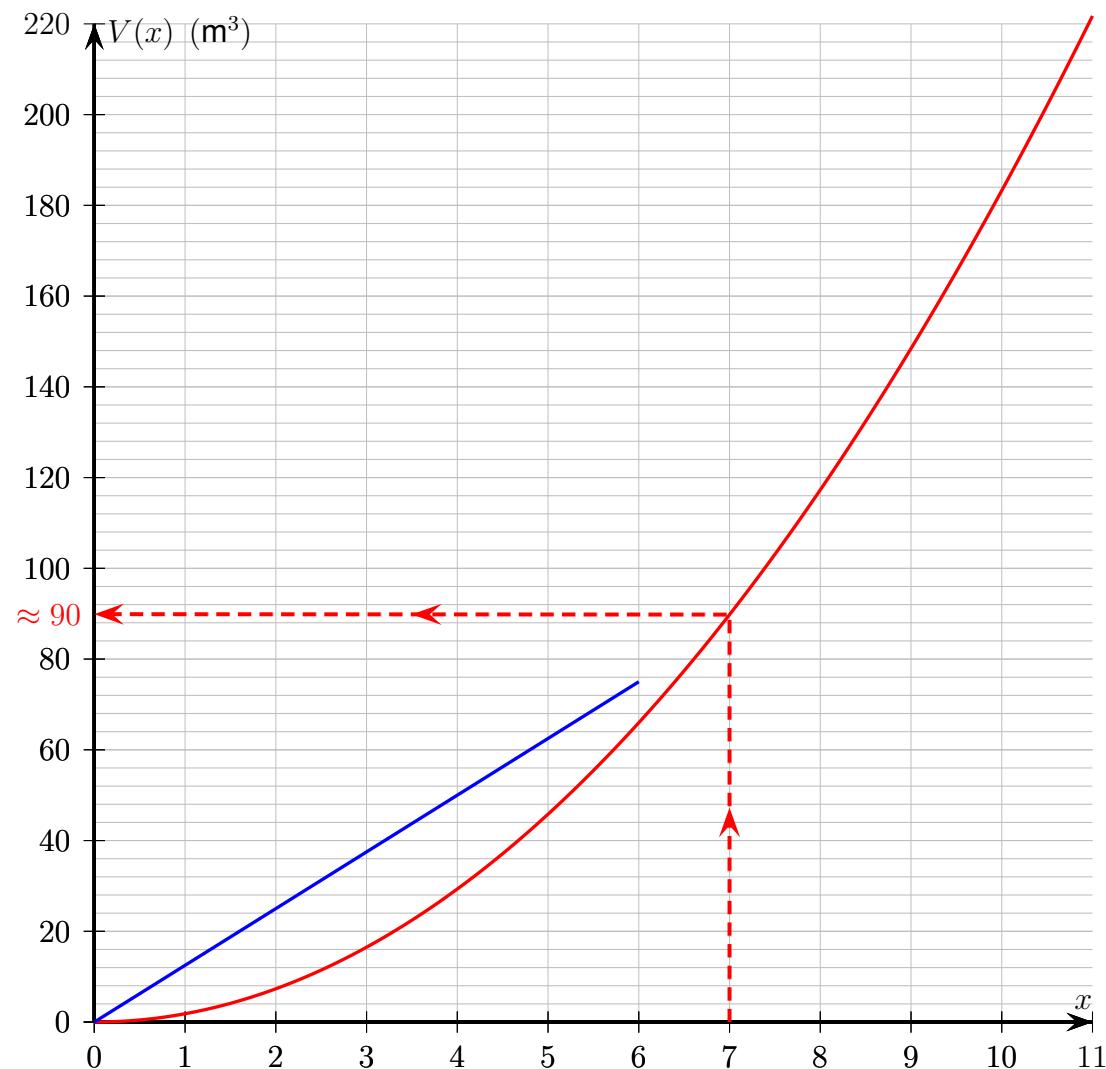


$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

Partie 2 :

Dans cette partie, le diamètre est exprimé en mètre, le volume en m^3 .

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction qui donne le volume total de la case en fonction de son diamètre x .

Volume de la case en fonction de x


1. On lit sur le graphique ci-dessus $V(7) \approx 90 \text{ m}^3$.

$$V(x) = 12,5x.$$

2. On a $V(8) = 12,5 \times 8 = 100 \text{ m}^3$.
3. La fonction V est une fonction linéaire.
4. La représentation graphique de la fonction linéaire V est une droite contenant l'origine.
5. • Le plus grand volume de la maison est donc $V(6) = 12,5 \times 6 = 75 \text{ m}^3$.
 • Le plus grand volume de la case est donc $V(6) \approx 66 \text{ m}^3$.
 Nolan choisira donc la maison.