

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre;
- Ajouter 7 à ce nombre;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ;
- Multiplier les deux résultats précédents;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.
2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?
3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.
Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.
A-t-il raison ?
4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

Correction

1. On a la suite de nombres : $2 \rightarrow 9$ et d'autre part $2 - 7 = -5$: leur produit est $9 \times (-5) = -45$. Enfin $-45 + 50 = 5$.
2. De même $-10 \rightarrow -3$ et d'autre part $-10 - 7 = -17$; d'où $(-3) \times (-17) = 51$. Enfin $51 + 50 = 101$.
3. Il a tort puisque d'après la question $2 - 10$ donne 101. or $2 \times (-10) + 1 = -20 + 1 = -19$.
4. x donne d'une part le premier facteur $x + 7$ et le second facteur est $x - 7$, donc leur produit est $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$ (identité remarquable).
 Le résultat final est $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$.
5. Il faut trouver x tel que :
 $x^2 + 1 = 17$, soit en ajoutant -1 à chaque membre : $x^2 = 16$ ou $x^2 - 16 = 0$ ou $(x + 4)(x - 4) = 0$; ce produit étant nul si l'un des facteurs est nul, il y a deux solutions : -4 et 4 .