

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
Décomposer 102 en produits de facteurs premiers.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm.

Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.
Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté.
Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Correction

1. • Comme $1 + 0 + 2 = 3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
• $102 = 90 + 12 = 3 \times 30 + 3 \times 4 = 3 \times (30 + 4) = 3 \times 34$.
102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.
2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85 = 5 \times 17$.
On a vu que $102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17 = 2 \times 3 \times 17$.
3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.
 $2 \times 3 = 6$; $2 \times 17 = 34$; $3 \times 17 = 51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.
4. Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré.
Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.
Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.
5. Par contre 17 divise 85 ($85 = 5 \times 17$) et 17 divise 102 ($102 = 17 \times 6$).
Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5 \times 6 = 30$ par feuille.
Remarque : on peut aussi utiliser les aires.
Une étiquette a une aire de $17 \times 17 = 289$ et la feuille une aire de $85 \times 102 = 8,670$.
On pourra donc faire $\frac{8,670}{289} = 30$ étiquettes dans une feuille.