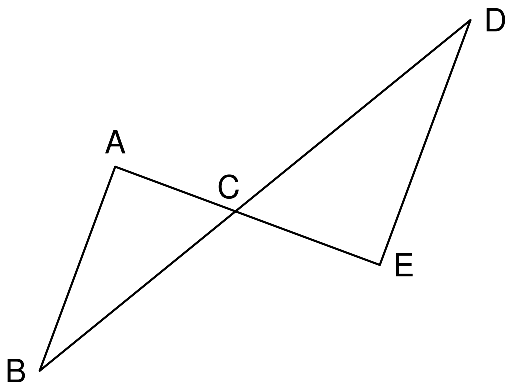
AB $= 400$, AC $= 300$, BC $= 500$ et CD $= 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C Les droites (AB) et (DE)sont parallèles

1. Calculer la longueur DE.
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle,
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$. Arrondir au degré.

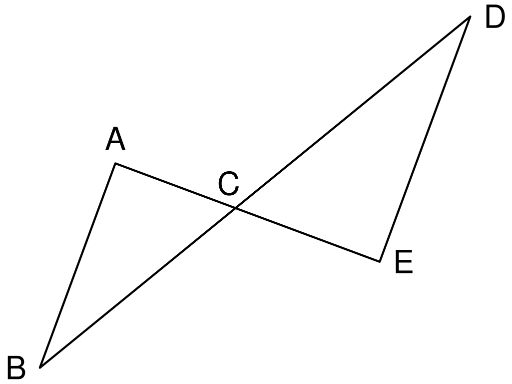
Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A, puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

Maltéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer les 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2,880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.
5. Calculer la vitesse moyenne de Maltéo. Arrondir à l'unité.

Correction

Dans la figure suivante, on donne les distances en mètres :
AB $= 400$, AC $= 300$, BC $= 500$ et CD $= 700$.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C
Les droites (AB) et (DE)sont parallèles

1. Les droites (AB) et (DE) étant parallèles, on peut écrire d'après le théorème de Thalès :
$\dfrac{\text{DE}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{CD}}{\text{BC}}$ soit $\dfrac{\text{DE}}{400} = \dfrac{700}{500}$,d'où en multipliant par 400 : DE $= 400 \times \dfrac{700}{500} = 400 \times \dfrac{7}{5} = 560$ (m).
2. On a BC$^2 = 500^2 = 25{,}000$ et AB^2 + AC$^2 = 400^2 + 300^2 = 16{,}000 + 9{,}000 = 25{,}000$.
On a donc AB^2 + AC^2 = BC^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.
3. Par définition du cosinus d'un angle aigu, dans le triangle ABC rectangle en A :
$\cos \widehat{\text{ABC}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}} = \dfrac{400}{500} = \dfrac{4}{5} = 0,8.$
La calculatrice donne, en mode degré : $\widehat{\text{ABC}} \approx 36,8$,soit 37 au degré près.

4. *Remarque : non demandé* :

   Pour calculer la longueur d'un parcours, il reste à calculer CE.

   Or les droites (AB) et (DE) étant parallèles, la droite (AC) perpendiculaire à (AB) est aussi perpendiculaire à (DE), donc le triangle CDE est rectangle en E.

   D'après le théorème de Pythagore :

   CE^2 $+$ ED^2 $=$ CD^2 ou CE^2 $+ 560^2 = 700^2$,soit CE^2 $= 700^2 - 560^2 = (700 + 560) \times (700 - 560) = 1{,}260 \times 140 = 176{,}400$.

   D'où CE $= \sqrt{176{,}400} = 420$ (m).

   Longueur d'un parcours : AB + BC + CD + DE + EC + CA $= 400 + 500 + 700 + 560 + 420 + 300 = 2{,}880$.

   Les 5 tours représentent donc une longueur de $5 \times 2{,}880 = 14{,}400$ (m) ou 14,4 (km).

5. 1 h 48 min = 60 + 48 = 108 min. La vitesse moyenne est égale au quotient de la distance parcourue par le le temps mis pour faire les 5 tours :

   $v = \dfrac{14{,}400}{108} = \dfrac{1{,}600}{12} = \dfrac{400}{3} \approx 133,33$ (m/min) soit $\approx 60 \times 133,33 = 7{,}999.8$ (m/h), soit enfin à peu près 8 (km/h).