Exercice Brevet 2014 - Pondichéry - Ex 1 : PGCD et Partages Identiques

Arithmétique

Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 3,003 dragées au chocolat et 3,731 dragées aux amandes.

1. Arthur propose de répartir ces dragées de façon identique dans 20 corbeilles.

   Chaque corbeille doit avoir la même composition.

   Combien lui reste-t-il de dragées non utilisées ?

2. Emma et Arthur changent d'avis et décident de proposer des petits ballotins* dont la composition est identique. Ils souhaitent qu'il ne leur reste pas de dragées.

   (a) Emma propose d'en faire 90. Ceci convient-il ? Justifier.

   (b) Ils se mettent d'accord pour faire un maximum de ballotins.
   Combien en feront-ils et quelle sera leur composition ?

** Un ballotin est un emballage pour confiseries, une boîte par exemple.*

Correction

1. $3{,}003 = 150 \times 20 + 3$ et $3{,}731 = 186 \times 20 + 11$.

   Il restera, à Arthur, 14 dragées : 3 au chocolat et 11 aux amandes.

2. (a) La proposition d'Emma ne convient pas. En effet, 90 ne divise ni 3,303, ni 3,731, et elle doit utiliser tous les dragées ; ce qui est donc impossible.

   (b) Comme on veut faire le maximum de ballotins contenant chacun les mêmes nombres de dragées au chocolat et de dragées aux amandes, il faut rechercher le plus grand diviseur commun de 3,303 et 3,731.

   D'après l'algorithme d'Euclide :

a	b	reste	division euclidienne
3,731	3,303	728	$3{,}731 = 1 \times 3{,}003 + 728$
3,303	728	91	$3{,}303 = 4 \times 728 + 91$
728	91	0	$728 = 8 \times 91$

   Le PGCD de 3,303 et 3,731 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 91.

   Donc Emma et Arthur pourront faire au maximum 91 ballotins.

   On réalise les opérations suivantes : $3{,}303 \div 91 = 33$ et $3{,}731 \div 91 = 41$.

   Chacun des ballotins contiendra 33 dragées au chocolat et 41 dragées aux amandes.