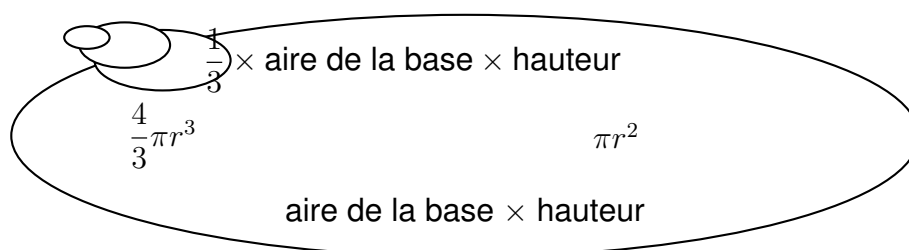


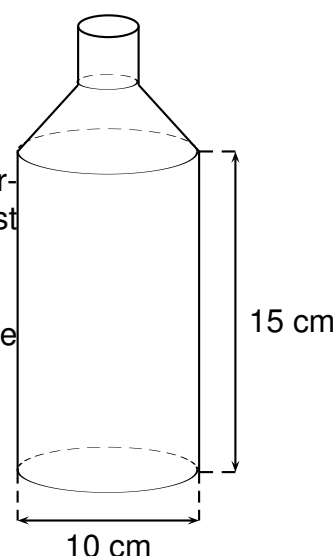
Pense-bête : toutes les formules données ci-dessous correspondent bien à des formules d'aires ou de volumes. On ne sait pas à quoi elles correspondent, mais elles peuvent quand même être utiles pour résoudre l'exercice ci-dessous.



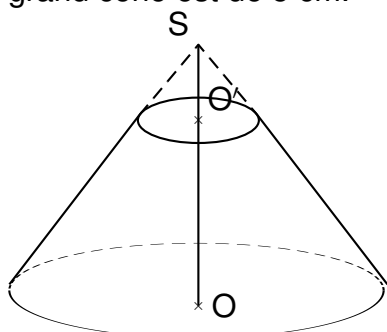
Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot.

Les dimensions sont notées sur le schéma.

1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3 .



2. Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par O' . La hauteur SO du grand cône est de 6 cm et la hauteur SO' du petit est égale à 2 cm. Le rayon de la base du grand cône est de 5 cm.

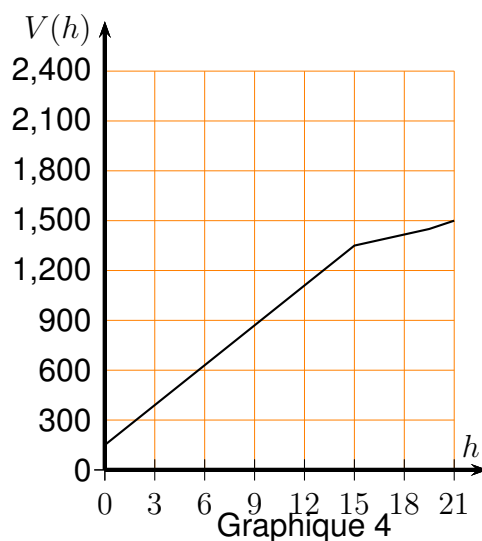
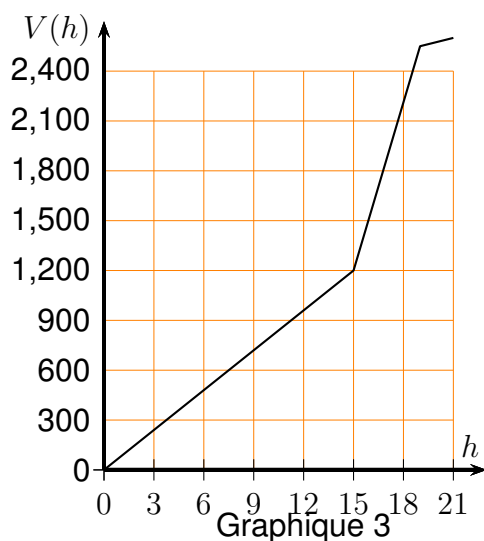
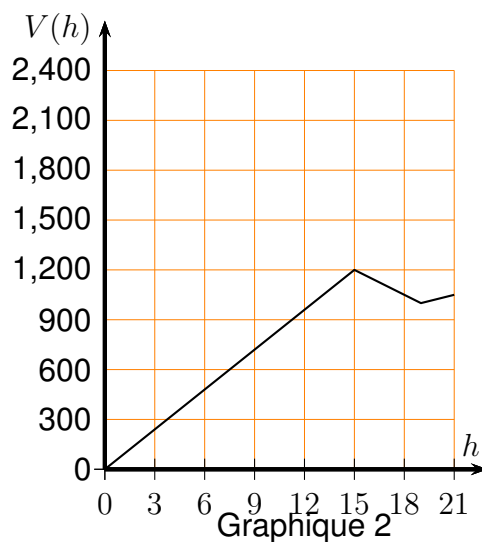
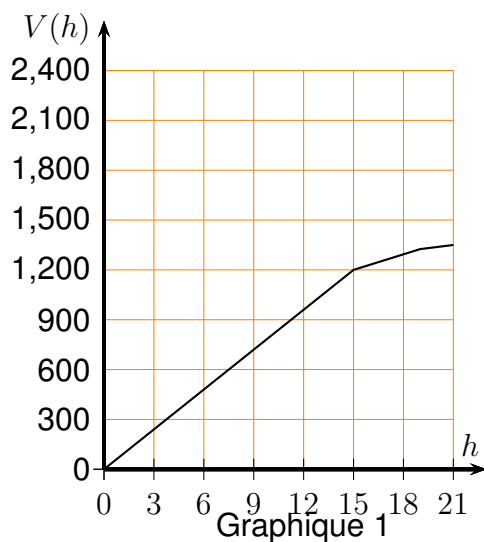


a. Calculer le volume V_1 du grand cône de hauteur SO (donner la valeur exacte).

b. Montrer que le volume V_2 du tronc de cône est égal à $\frac{1,300\pi}{27} \text{ cm}^3$. En donner une valeur arrondie au cm^3 .

3. Parmi les quatre graphiques ci-dessous, l'un d'entre eux représente le volume $V(h)$ de la bouteille en fonction de la hauteur h de remplissage du bidon.

Quel est ce graphique ? Pourquoi les autres ne sont-ils pas convenables ?



Correction

1. $V_{\text{cylindre}} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = \pi r^2 \times h.$

Donc $V_{\text{cylindre}} = \pi \times 5 \times 15 = 375\pi \approx 1,178 \text{ (cm)}.$

2. (a) $V_{\text{cône}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}.$

D'où $V_1 = V_{\text{grand cône}} = \frac{\pi r^2 \times \text{SO}}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 6}{3} = 50\pi \text{ cm}^2$

(b) $V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}}.$

Or le petit cône est une réduction du grand cône avec un rapport k égal à $k = \frac{\text{SO}'}{\text{SO}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

D'où $V_{\text{petit cône}} = V_1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 50\pi \times \frac{1}{27} = \frac{50\pi}{27} \text{ cm}^3.$ Par suite :

$V_2 = V_1 - V_{\text{petit cône}} = 50\pi - \frac{50\pi}{27} = \frac{50\pi \times 27 - 50\pi}{27} = \frac{1,300\pi}{27} \approx 151 \text{ cm}^3.$

3. On peut éliminer le graphique 4 car si $h = 0$, le volume devrait être égal à 0.

On peut éliminer le graphique 2 car le volume doit toujours augmenter si la hauteur h augmente.

D'après les calculs précédents, si on remplit le bouteille jusqu'au goulot, h serait alors égal à 19 cm. Et dans ce cas, le volume du bidon serait égal à environ $1,178 + 151 = 1,329 \text{ cm}^3$; ce qui correspond au graphique 1.