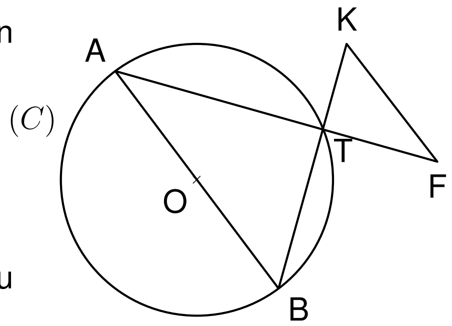
Exercice Brevet 2014 - Polynésie - Ex 4 : Trigonométrie, Thalès et Cercle Circonscrit

Pythagore | Trigonométrie | Thalès | Aires et périmètres

La figure ci-dessous, qui n'est pas dessinée en vraie grandeur, représente un cercle (C) et plusieurs segments. On dispose des informations suivantes :

- [AB] est un diamètre du cercle (C) de centre O et de rayon 7,5 cm.
- K et F sont deux points extérieurs au cercle (C).
- Les segments [AF] et [BK] se coupent en un point T situé sur le cercle (C).
- AT = 12 cm, BT = 9 cm, TF = 4 cm, TK = 3 cm.



1. Démontrer que le triangle ATB est rectangle.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAT}$ arrondie au degré près.
3. Les droites (AB) et (KF) sont-elles parallèles ?
4. Calculer l'aire du triangle TKF.

Correction

1. $\mathrm{AB}^2 = 15^2 = 225$; $\mathrm{AT}^2 + \mathrm{BT}^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$.

   On a $225 = 144 + 81$, soit $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AT}^2 + \mathrm{BT}^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : le triangle ABT est rectangle en T, d'hypoténuse [AB].

2. Dans le triangle ABT est rectangle en T, on a par exemple $\cos \widehat{\mathrm{BAT}} = \dfrac{\mathrm{AT}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5} = \dfrac{8}{10} = 0,8$. La calculatrice donne $\widehat{\mathrm{BAT}} \approx 36,86$ soit 37 au degré près.

3. On a $\dfrac{\mathrm{AT}}{\mathrm{TF}} = \dfrac{12}{4} = 3$ et $\dfrac{\mathrm{BT}}{\mathrm{TK}} = \dfrac{9}{3} = 3$.

   On a donc $\dfrac{\mathrm{AT}}{\mathrm{TF}} = \dfrac{\mathrm{BT}}{\mathrm{TK}}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (FK) sont parallèles.

4. L'aire du triangle BAT est égale à $\dfrac{\mathrm{AT} \times \mathrm{BT}}{2} = \dfrac{12 \times 9}{2} = 6 \times 9 = 54$ cm^2.

   Les dimensions de TKF sont 3 fois plus petites que celles du triangle BAT, donc son aire est 3^2 fois plus petite.

   L'aire du triangle TKF est donc égale à $\dfrac{57}{3^2} = \dfrac{54}{9} = 6$ cm^2.