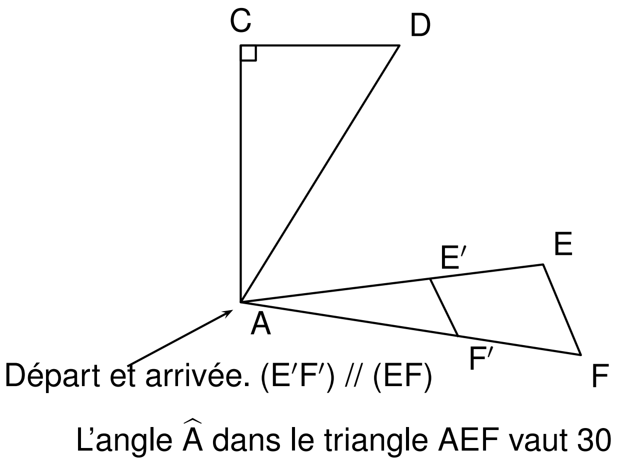
Exercice Brevet 2014 - Pondichéry - Ex 4 : Parcours, Thalès et Pythagore

Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisées ci-dessous :

- le parcours ACDA
- le parcours AEFA

Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.
Peux-tu les aider à choisir le parcours ? Justifie.

Attention: la figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont correctes.



AC = 1,4 km
CD = 1,05 km
AE′ = 0,5 km
AE = 1,3 km
AF = 1,6 km
E′F′ = 0,4 km

Correction

- Recherche de la longueur du parcours ACDA :

Dans le triangle ACD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$\text{AD}^2 = \text{AC}^2 + \text{DC}^2$.
D'où $\text{AD}^2 = 1,4^2 + 1,05^2 = 3.062{,}5$; par suite, $\text{AD} = \sqrt{3.062{,}5} = 1,75$ (km).
Or $\text{AC} + \text{CD} + \text{DA} = 1,4 + 1,05 + 1,75 = 4,2$.
Donc la longueur du parcours ACDA est de $4,2$ km.

- Recherche de la longueur du parcours AEFA :

Dans le triangle AEF, E′ appartient à [AE], F′ appartient à [AF] et les droites (E′F′) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{\text{AE}}{\text{AE'}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AF'}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{E'F'}}$, c'est-à-dire, $\dfrac{1,3}{0,5} = \dfrac{1,6}{\text{AF'}} = \dfrac{\text{EF}}{0,4}$.
D'où : $\dfrac{1,3}{0,5} = \dfrac{\text{EF}}{0,4}$. Ainsi $\text{EF} = \dfrac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04$ (km).
Or $\text{AE} + \text{EF} + \text{FA} = 1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94$.
Donc la longueur du parcours AEFA est de $3,94$ km.

- Comparaison des deux parcours :

$4,2 - 4 = 0,2$ et $4 - 3,94 = 0,06$.
La commune choisira donc le parcours AEFA car sa longueur s'approche le plus possible de 4 km.