Exercice Brevet 2024 - Antilles Martinique - Ex 3 : Thalès, Pythagore et Trigonométrie

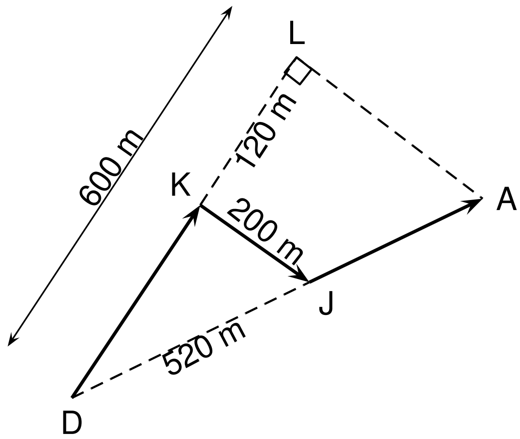
Pythagore Thalès Trigonométrie

Sur la figure ci-après, qui n'est pas à l'échelle, on a représenté le trajet de la course que doit faire Oscar.

Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne :

DL = 600 m ;
KJ = 200 m ;
DJ = 520 m ;
KL = 120 m.



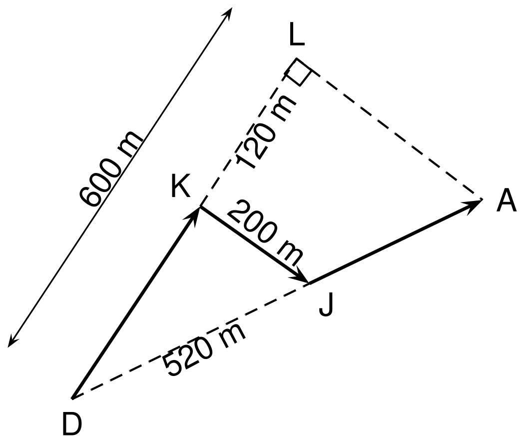
1. Montrer que la longueur DK est égale à 480 m.
2. Montrer que le triangle DKJ est rectangle en K.
3. Justifier que les droites (KJ) et (LA) sont parallèles.
4. Montrer que le segment [DA] mesure 650 m.
5. Calculer la longueur du trajet DKJA, fléché sur la figure.
6. Un photographe place une caméra au point D. Afin de filmer l'ensemble de la course sans bouger la caméra, l'angle $\widehat{LDA}$ doit être inférieur à 25.

   Est-ce le cas ?

Correction

Dans le triangle DLA rectangle en L, le point J appartient au segment [DA] et le point K appartient au segment [DL].

On donne :
DL = 600 m ;
KJ = 200 m ;
DJ = 520 m ;
KL = 120 m.



1. On a DK + KL = DL soit DK $+ 120 = 600$, d'où DK $= 600 - 120 = 480$ (m).
2. On a DK^2 + KJ^2 $= 480^2 + 200^2 = 230{,}400 + 40{,}000 = 270{,}400$ et DJ$^2 = 520^2 = 270{,}400$.
   On a donc DK^2 + KJ^2 = DJ^2 : d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DKJ est rectangle en K.
3. Les droites (LA) et (KJ) sont perpendiculaires à la même droite (DL) : elles sont donc parallèles.
4. Les droites (LA) et (KJ) sont parallèles, les points D, K et L sont alignés et les points D, J et A le sont aussi : on a donc une configuration de Thalès : on peut donc écrire l'égalité :
   $\frac{\text{DK}}{\text{DL}} = \frac{\text{DJ}}{\text{DA}}$, soit $\frac{480}{600} = \frac{520}{\text{DA}}$, d'où DA $\times 480 = 600 \times 520$ puis DA $= \frac{600 \times 520}{480} = 650$ (m).
5. La longueur du trajet fléché est :
   DK + KJ + JA = $480 + 200 + (650 - 520) = 810$.

6. Dans le triangle rectangle LDA, on a DA $=$ DJ $+$ JA $= 520 + 130 = 650$ et par exemple : $\cos(\widehat{\text{LDA}}) = \dfrac{\text{long. côté adjacent}}{\text{long. hypoténuse}} = \dfrac{600}{650} = \dfrac{60}{65} = \dfrac{12}{13}$

   La calculatrice donne $\widehat{\text{LDA}} \approx 22,6°$.

   Cette valeur est inférieure à 25 : le photographe pourra tout filmer sans bouger sa caméra.